

# ec@S

# 9

**ENSINO  
FUNDAMENTAL  
ANOS FINAIS**



**MATEMÁTICA**

**1**

**2**

**3**

  
**sm**



# ec@S

# 9

**ENSINO  
FUNDAMENTAL  
ANOS FINAIS**

**MATEMÁTICA**

Obra coletiva concebida e desenvolvida por SM Educação.

**1ª edição, 2025**



**Ecos Matemática 9**  
© SM Educação  
Todos os direitos reservados

<b>Direção editorial</b>	André Monteiro
<b>Gerência editorial</b>	Fernando Almeida
<b>Elaboração de conteúdos</b>	Carlos N. C. de Oliveira, Felipe Fugita (base editorial); Rafael Zattoni, Thomas Dall'Acqua Carvalho   Viver Matemática
<b>Coordenação editorial</b>	Fábio Silva, Magali Prado <b>Supervisão de conteúdo:</b> Carmela Ferrante, Lilian Morato de Carvalho <b>Edição:</b> Viver Matemática <b>Assistência editorial:</b> Maria Cecília Dal Bem <b>Revisão:</b> Ana Cristina Garcia <b>Suporte editorial:</b> Camila Alves Batista, Fernanda de Araújo Fortunato
<b>Coordenação de design</b>	Gilciane Munhoz <b>Design:</b> Camila Noriko Ueki, Lissa Sakajiri
<b>Coordenação de arte</b>	Melissa Steiner <b>Edição de arte:</b> Mayra França <b>Assistência de produção:</b> Leslie Morais
<b>Coordenação de iconografia</b>	Josiane Laurentino <b>Pesquisa iconográfica:</b> Camila D'Angelo, Juliana Hernandez, Junior Rozzo, Karina Tengan <b>Tratamento de imagem:</b> Marcelo Casaro, Robson Mereu
<b>Capa</b>	APIS Design <b>Fotografia da capa:</b> Brainsil/Getty Images, MesquitaFMS/Getty Images, Mariia Vitkovska/Getty Images
<b>Projeto gráfico</b>	APIS Design
<b>Editoração eletrônica</b>	Setup Bureau
<b>Pré-impressão</b>	Américo Jesus
<b>Fabricação</b>	Alexander Maeda
<b>Impressão</b>	

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Ecos Sistema de Ensino : matemática : 9º ano :  
ensino fundamental : anos finais / obra coletiva  
concebida e desenvolvida por SM Educação. --  
1. ed. -- São Paulo : Edições SM, 2025. --  
(Ecos Sistema de Ensino)

ISBN 978-85-418-3326-4 (aluno)  
ISBN 978-85-418-3284-7 (professor)

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Série.

24-227110

CDD-372.7

**Índices para catálogo sistemático:**

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

1ª edição, 2025



**SM Educação**  
Avenida Paulista, 1842 – 18º andar, cj. 185, 186 e 187 – Condomínio Cetenco Plaza  
Bela Vista 01310-945 São Paulo SP Brasil  
Tel. 11 2111-7400  
atendimento@grupo-sm.com  
www.grupo-sm.com/br

# **ANTES DE MAIS NADA...**

A escola está inserida em um mundo complexo e que se transforma rapidamente. Na jornada do Ensino Fundamental Anos Finais, é importante que o conhecimento adquirido ao longo do tempo seja consolidado e aprofundado. Espera-se que cada estudante amplie sua visão de mundo e se torne um cidadão crítico e participativo na sociedade. Este é um desafio e tanto!

Esta solução didática foi elaborada abarcando os diversos componentes curriculares com rigor conceitual, contextualização, atualização e recursos que favorecem o processo de ensino-aprendizagem. Além disso, ela trabalha os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) propostos pela Organização das Nações Unidas (ONU) em busca da cidadania global, fundamental para que o estudante adquira conhecimentos e desenvolva habilidades que o façam se sentir parte integrante da sociedade, ampliando seu papel protagonista. Para completar, projetos de pesquisa anuais trabalham temas transversais que integram diferentes componentes curriculares.

Pretende-se, assim, contribuir para que o cotidiano escolar seja estimulante e enriquecedor, possibilitando a superação de todos os desafios.

Que esta jornada seja muito feliz!

# ABERTURA DO MÓDULO

O conteúdo deste componente curricular está distribuído por nove módulos, que reúnem os objetos de conhecimento a serem desenvolvidos no ano. Cada módulo é composto por dois tópicos relacionados.

Um pequeno texto introduz o assunto a ser trabalhado no módulo.



A imagem de abertura do módulo desperta a curiosidade para o que será estudado.

A trilha apresenta os objetivos pedagógicos e serve como orientação de estudo.



**O QUE VOCÊ SABE** sobre o cálculo da área total de uma caixa que tenha a forma de um bloco retangular (paralelepípedo)?

**O QUE VOCÊ ACHA** que deve ser feito para que uma folha retangular sirva de base para montagem de diferentes caixas?

Muitas embalagens usadas no dia a dia têm a forma de paralelepípedos e podem ser obtidas por meio de placas retangulares de papelão.

## NESTE MÓDULO

### 52 EQUAÇÃO DO 2º GRAU

- 53 Raízes de uma equação do 2º grau
- 54 Matemática integrada • Para relembrar fatoração
- 55 Equações do 2º grau incompletas
- 57 Resolução de equações completas
- 60 Fórmula resolvente da equação do 2º grau
- 62 Equações do 2º grau com raízes irracionais
- 63 Soma e produto das raízes
- 64 Problema real • Promoção de camisetas
- 65 Ativação

### 72 COMPLEMENTOS DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU

- 72 Equação do 2º grau a partir das raízes
- 73 Fatoração por soma e produto
- 73 Atividade financeira • Vendas e empreendedorismo
- 75 Análise do discriminante
- 77 Dimensão técnico • Programa para classificar equações
- 79 Texto em Foco • ODS aplicados ao Brasil
- 80 Equações biquadradas
- 81 Equações irracionais
- 82 Situações-problema com sistemas de equações
- 84 Mão na massa • Mapa mental
- 85 Problema real • Quantidade de pessoas na festa
- 86 Ativação
- 91 Estudo dirigido
- 93 Cidades do mundo • Raízes brasileiras
- 95 Em síntese

O sumário lista os tópicos desenvolvidos no módulo e facilita sua localização.

A questão iniciada com "O que você sabe" ajuda a resgatar conhecimentos anteriores.

A questão iniciada com "O que você acha" propõe a formulação de uma hipótese.



### PROBLEMA SEU!

**Análise de potências**

Algumas potências apresentam números grandes e difíceis de realizar os cálculos em si. Utilizando a propriedade  $10^a \cdot 10^b = 10^{a+b}$ , simplifique para a resolução de um problema, com a finalidade de encontrar o resultado dessas potências. A partir de agora apresentamos um caso de comparação entre potências. Os itens da atividade propõem equações com base nos resultados obtidos.

**Desafio** Quantos são os números primos que são  $10^a \cdot 10^b = 10^c$ ?

1) 1    2) 2    3) 3    4) 4    5) 5

**ATIVIDADES**

1) Faça o que se pede nos itens a seguir.

a) Identifique as propriedades da potenciação, faça o número 10 e procure reconhecer o número 100, apresentando as formas  $10^a$ , sendo  $a$  menor número natural possível.

b) Agora, faça o mesmo para o número 100.

c) Reconheça a desigualdade  $10^a < 10^b < 10^c$ , usando os resultados dos itens anteriores.

d) Qual é o maior potência de base 5 que divide, ao mesmo tempo, os resultados dos itens a e b?

e) Dê as três formas da expressão do item c em potências de base 5 e simplifique a expressão obtida, usando as propriedades da potenciação.

f) Por fim, com base nas potências de base 5, encontre a resposta do item anterior e identifique as possíveis soluções de  $x$ .

## PROBLEMA SEU!

Estratégias de criação e resolução de problemas.

### MATEMÁTICA INTEGRADA

**Invasão de similares**

Com o aumento dos custos de produção, a maioria das marcas de produtos mais vendidos no Brasil tem sido substituída por similares. Isso tem gerado preocupação entre consumidores e empresários.

Um produto que foi substituído por um similar pode ser considerado um produto de baixa qualidade. Isso ocorre porque a maioria das empresas que produzem similares não investe em pesquisa e desenvolvimento para melhorar a qualidade dos seus produtos.

A Associação de Produtores e Distribuidores de Alimentos e Bebidas (APDAB) tem se dedicado a combater a produção de similares. A entidade tem realizado campanhas de conscientização e tem pressionado o governo a tomar medidas para proteger os consumidores.

De acordo com o Ministério da Agricultura, São Paulo é o maior produtor de alimentos no Brasil. A Agência Nacional de Vigilância Sanitária (ANVISA) diz que a apresentação da embalagem é um fator importante para a escolha dos produtos. Isso porque a embalagem pode conter informações importantes para o consumidor, como o prazo de validade, o modo de conservação e o conteúdo nutricional.

**Que observar na embalagem?**

O consumidor deve estar atento a informações como: data de validade, modo de conservação, prazo de validade, origem, identificação do lote, prazo de validade, modo de conservação e apresentação.

**Que fazer caso não esteja satisfeito?**

Caso o consumidor não esteja satisfeito com a qualidade do produto, ele pode fazer uma reclamação junto ao órgão de defesa do consumidor. Isso pode ser feito por meio de uma reclamação online ou por meio de uma reclamação presencial.

Para saber mais sobre o assunto, consulte o site do Ministério da Agricultura, [www.agricultura.gov.br](http://www.agricultura.gov.br).

**ATIVIDADES**

De acordo com o orientador do professor, realize as atividades em sala de aula e em grupo.

- Elaborem um texto que possa ser usado como cartaz de alerta a consumidores sobre o que observar na embalagem de produtos para evitar problemas de saúde e segurança.
- Preparamos um produto que não é parecido de embalagem original. Então, procurem saber quanto vale cada produto e quanto custa na nova embalagem. Em seguida, comparem os preços usando como critério de comparação.

## MATEMÁTICA INTEGRADA

Situações de uso prático da matemática, incluindo apresentação e uso de ferramentas e interação com outros componentes curriculares, acompanhadas de propostas de atividades.

### ATIVIDADE FINANCEIRA

**Conferindo promoções**

Entra a economia na rotina, economizar no mercado pode fazer muita diferença no bolso mensal. É preciso ficar atento não só às promoções, mas também às letras miúdas. Ver além da etiqueta em cor é importante ao escolher o melhor produto para comprar.

Por exemplo, duas embalagens de café, uma que custa R\$ 8,00 e outra que custa R\$ 12,00. Uma delas tem mais café, mas a outra tem também mais açúcar. Então, para saber qual é a melhor opção, é preciso comparar os preços por grama de café e por grama de açúcar.

Um café custa R\$ 0,10 por grama e um açúcar custa R\$ 0,20 por grama. Então, para saber qual é a melhor opção, é preciso comparar os preços por grama de café e por grama de açúcar.

Um café custa R\$ 0,10 por grama e um açúcar custa R\$ 0,20 por grama. Então, para saber qual é a melhor opção, é preciso comparar os preços por grama de café e por grama de açúcar.

Um café custa R\$ 0,10 por grama e um açúcar custa R\$ 0,20 por grama. Então, para saber qual é a melhor opção, é preciso comparar os preços por grama de café e por grama de açúcar.

## ATIVIDADE FINANCEIRA

Importância da matemática na gestão de finanças pessoais, estratégias de poupança e outros investimentos.

# ATIVIDADES

Diferentes baterias de questões permitem fixação, aplicação e consolidação dos conteúdos estudados. As atividades são elaboradas com base em habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e classificadas por “ações cognitivas”, identificadas por ícones.

### ATIVIZAÇÃO

1. **Atividade** Observe as equações a seguir:

$$I. x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$II. x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$III. x^2 - 3x + 1 = 0$$

Analise essas equações em base a seguir:

Item I tem soluções reais e distintas.     Item II tem raiz real.

2. **Atividade** Determine os valores de  $a$  de modo que a equação  $x^2 + 2x - 1 = 0$ , na incógnita  $x$ , não tenha soluções reais.

3. **Atividade** Para quais valores de  $a$  a equação  $2x^2 + 4x + 5 = 0$  tem duas raízes reais e distintas?

4. **Atividade** Em cada item, dados os valores de  $a$  e  $b$ , determine a equação correspondente, com coeficientes de  $a$  igual a 1.

a)  $a = 3$  e  $b = 4$     b)  $a = 5$  e  $b = -3$

5. **Atividade** Resolva as equações a seguir:

a)  $x^2 - 3x + 2 = 0$     b)  $x^2 - 5x + 6 = 0$

## ATIVIZAÇÃO

Seleção de atividades para resolução em sala de aula, com o auxílio do professor.

### ESTUDO DIRIGIDO

1. **Atividade** Determine o intervalo entre dois números consecutivos que está em uma razão aritmética em cada item.

a)  $\sqrt{2}$     b)  $\sqrt{3}$

2. **Atividade** O número  $\sqrt{12}$  está em qual razão aritmética?

a) 1 e 14    b) 12 e 13.

3. **Atividade** Justifique a afirmação de que o número  $\sqrt{2}$  não é racional, assim como  $\sqrt{3}$  não é número racional.

4. **Atividade** Observe o maior inteiro  $n$  para que  $\sqrt{n}$  seja racional. Determine o resultado dessa expressão para esse valor de  $n$ .

5. **Atividade** Encontre o menor número racional em forma de uma fração cujo denominador é menor que 100. Se ele não tiver soluções, explique por quê.

6. **Atividade** Entre as equações a seguir, qual não possui solução com  $x$  inteiro?

a)  $x^2 - 1 = 0$     b)  $x^2 - 2 = 0$

7. **Atividade** Resolva as equações a seguir:

a)  $x^2 + 1 = 0$     b)  $x^2 - 1 = 0$

8. **Atividade** Observe os números a seguir:

-15	-10	-5	0	5	10	15
1001	$\sqrt{12}$	$\sqrt{3}$	0	$\sqrt{2}$	1	2

Identifique qual deles pertencem ao conjunto dos números:

a) naturais;    b) inteiros;    c) racionais;    d) reais.

9. **Atividade** Resolva as equações a seguir:

a)  $\sqrt{x} = 2$     b)  $\sqrt{x} = 3$     c)  $\sqrt{x} = 4$

## ESTUDO DIRIGIDO

Conjunto de questões para resolução com autonomia, durante o horário de estudo.

### EM SÍNTESE

**REVISÃO**

Complete as equações dos números reais  $\mathbb{R}$  com o símbolo dos conjuntos dos números naturais  $\mathbb{N}$ , dos números inteiros  $\mathbb{Z}$ , dos números racionais  $\mathbb{Q}$ , dos números irracionais  $\mathbb{I}$ , dos números reais  $\mathbb{R}$  e do conjunto dos números complexos  $\mathbb{C}$ . Em cada caso, indique se o número é racional ou irracional e se é inteiro, natural, inteiro negativo, racional ou irracional.

1. **Atividade** Alguns números reais  $\mathbb{R}$  são dados. Classifique-os em naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais.

a)  $\sqrt{17}$  é um número racional.    b)  $\sqrt{2}$  é um número irracional e real.

2. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    c)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

3. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    d)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

4. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    e)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

5. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    f)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

6. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    g)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

7. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    h)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

8. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    i)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

9. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    j)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

10. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    k)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

11. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    l)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

12. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    m)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

13. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    n)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

14. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    o)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

15. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    p)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

16. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    q)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

17. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    r)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

18. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    s)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

19. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    t)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

20. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    u)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

21. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    v)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

22. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    w)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

23. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    x)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

24. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    y)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

25. **Atividade**  $\sqrt{12}$  é um número racional.    z)  $\sqrt{3}$  é um número irracional e real.

## EM SÍNTESE

Repasse dos principais conteúdos, associados a atividades de consolidação do aprendizado.

# BOXES

Apresentam informações que complementam e ilustram o assunto em estudo.

**Exemplificação** para saber se dois triângulos são semelhantes, basta verificar se as medidas dos lados podem ser calculadas pela relação de proporcionalidade entre os lados correspondentes.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \Rightarrow \frac{15}{10} = \frac{6}{4} = \frac{12}{8} = \frac{48}{32} = \frac{8}{5} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = 3 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow c = 12$$

**CASOS DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS**

Sabe-se que dois triângulos são semelhantes quando os ângulos correspondentes são congruentes e as medidas dos lados correspondentes são proporcionais. No entanto, podemos verificar se dois triângulos são semelhantes pelos casos de semelhança entre triângulos, que são considerações, como apresentado a seguir.

**Caso ângulo-ângulo (AA)**

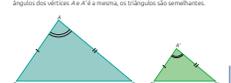
Se dois triângulos têm dois ângulos correspondentes de mesma medida, eles são triângulos congruentes.



Como os ângulos dos vértices B e B' são congruentes, assim como os dos vértices C e C', se suas medidas forem, respectivamente, x e y, a medida do ângulo do vértice A do triângulo A deve ser igual a 180° - x - y para os dois casos.

**Caso lado-ângulo-lado (LAL)**

Se as medidas de dois lados de um triângulo são proporcionais às medidas dos dois lados correspondentes de outro triângulo e os ângulos formados por esses lados são congruentes, então esses triângulos são semelhantes. Para o caso a seguir, considere-se que  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$  e que a medida dos ângulos dos vértices A e A' é a mesma, os triângulos são semelhantes.



**MULTIMÍDIA**

No livro Semelhança de Lado Ângulo Lado, José Jabuco e Marcelo Leite, São Paulo: Ática, 2005, coleção Pra que serve matemática, o conteúdo de semelhança é trabalhado por meio de recortes reais, partes da história da matemática, questões abertas e desafios, tornando esse conteúdo mais agradável e interessante.

**Nenhuma raiz real**

No conjunto dos números reais não existe um número cujo quadrado seja igual a um número negativo. Assim, a equação do 2º grau não tem raízes reais quando o discriminante é negativo ( $\Delta < 0$ ).

**Exemplo 1**

A equação  $3x^2 - 5x - 3 = 0$ , de coeficientes  $a = 3$ ,  $b = -5$  e  $c = -3$ , não tem raízes reais, uma vez que:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3) = 25 + 36 = 61$$

**Exemplo 2**

Dado que o conjunto solução da equação  $-6x^2 + x + m = 0$  é vazio, qual deve ser o valor de m?

Para que o conjunto solução seja vazio, vale, para que a equação não tenha raízes reais, deve-se ter  $\Delta < 0$ . Assim:

$$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow 1^2 - 4 \cdot (-6) \cdot m < 0 \Rightarrow 1 + 24m < 0 \Rightarrow 24m < -1 \Rightarrow m < -\frac{1}{24}$$

Portanto, para qualquer  $m < -\frac{1}{24}$ , temos  $S = \emptyset$ .

**MAIS!**

Toda equação do 2º grau com discriminante igual a zero tem um e um único elemento pertencente ao conjunto solução. Assim, para determinar as raízes, nesse caso, é a fórmula. Os exemplos apresentados, temos:

$$4x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 \pm 0}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

**Jovem Cidadão**

A arte indígena na cultura brasileira é mais forte do que muitas se dão conta. Por exemplo, vemos dela e hábito de tomar banho todos os dias. São hábitos para não a vida inteira sob os raios de sol e calor. E mesmo não há ninguém nos ensina, mas é uma herança da herança. É uma forma de contribuir para a nossa inteligência e apoiar suas comunidades. A vida em aldeias que recebem turistas e suas ideias novas de arte e artesanato é compartilhada e apoiada por todos. Além de se informar, divulgar e apoiar a cultura indígena e suas comunidades e apoiar organizações que defendem os direitos indígenas e trabalham para a preservação dessa cultura tão especial.

- Você conhece outras heranças culturais que fazem dos povos indígenas? Compartilhe com a turma.
- Em grupos, pesquisem um povo indígena e façam uma pesquisa sobre ele. Descrevam as características de sua cultura, qual dilema quem os problemas que já enfrentam ou ainda enfrentam.

## DEFINIÇÃO

Destaca conceitos importantes para o aprendizado.

## MAIS!

Apresenta informação complementar, curiosidade ou reforço conceitual.

## MULTIMÍDIA

Sugere livros, sites, filmes e visitas reais e virtuais que ilustram e aprofundam o conteúdo.

## PENSE NISSO E RESPONDA

Traz uma atividade rápida que auxilia a progressão do conteúdo.

## DICIONÁRIO

Apresenta o significado de palavras complexas destacadas no texto.

## SER SOCIAL

Mostra informação contextualizada sobre aspectos da vida em sociedade,

acompanhada de solicitação de posicionamento pessoal que leva à reflexão sobre a participação contributiva do estudante.

## Jovem Cidadão

Apresenta situação associada com um dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) da Organização das Nações Unidas (ONU) e propõe interpretação analítica e reflexiva do fato.

# AÇÕES COGNITIVAS

Cognição é a forma pela qual o pensamento se organiza na realização de determinadas ações. Cada atividade proposta exige uma ação cognitiva específica do estudante, que é sinalizada por um ícone.

**LEMBRAR** Recordar fatos e conceitos relacionados com determinada situação.

**COMPREENDER** Entender e explicar uma situação com base em experiências anteriores.

**APLICAR** Usar o que se aprendeu para resolver uma situação nova.

**ANALISAR** Entender uma situação por meio do exame de seus diferentes aspectos.

**AVALIAR** Julgar uma situação adotando certo critério.

**CRIAR** Propor solução nova e coerente para uma situação.

# OBJETIVOS DE DESENVOLVIMENTO SUSTENTÁVEL (ODS)

São 17 metas de natureza econômica, social e ambiental definidas pela Organização das Nações Unidas (ONU) como forma de reduzir desigualdades e assegurar um futuro para o planeta. Em cada módulo, um ODS relacionado com o assunto é trabalhado no boxe “Jovem cidadão” e na seção “Cidadão do mundo”, permitindo que o estudante contribua com ideias e propostas para a melhoria das condições de vida em sociedade, desenvolvendo cidadania crítica, criativa e atuante.



## LIVRO DIGITAL

A versão digital deste volume pode ser acessada por meio da plataforma SM Aprendizagem usando um dispositivo pessoal, o que possibilita a leitura e o estudo com portabilidade. Conteúdos exclusivos, como recursos multimídia (galerias de imagens, áudios, vídeos, animações, infográficos) e atividades interativas reforçam e aprofundam os conhecimentos. Ferramentas variadas fundamentam pedagogicamente a coleção, armazenam informações úteis sobre o uso do material didático pelo estudante e orientam-no sobre a melhor forma de navegar pelos recursos disponíveis.





# NÚMEROS TÃO REAIS

**A POPULAÇÃO** mundial tem crescido de maneira intensa desde a primeira década de 1800, quando atingiu a marca de um bilhão de pessoas. Para essa quantidade de pessoas dobrar, chegando a dois bilhões, foram necessários cerca de 130 anos (a nova marca foi verificada em 1930). De maneira impressionante, outra dobra da população ocorreu em 1974, ou seja, menos de cinquenta anos depois da anterior. Em 2022, essa marca dobrou novamente, e, portanto, o planeta já conta com mais de oito bilhões de pessoas.

## MÓDULO

# 1

### NOSSOS

## OBJETIVOS

Reconhecer números irracionais

Resolver situações envolvendo números irracionais

Aplicar as propriedades da potenciação e da radiciação

Resolver situações-problema relacionadas a potências e raízes

Definir o conjunto dos reais

Calcular potências e raízes

Aproximar resultados de potências e raízes



**O QUE VOCÊ SABE** sobre o fato de se atribuir uma forte característica de racionalidade ao povo japonês?

**O QUE VOCÊ ACHA** que ocorreu com o planeta e com a humanidade com o crescimento acentuado da população?



## NESTE MÓDULO

4

### NÚMEROS IRRACIONAIS

- 5 O que são números irracionais?
- 7 **Mão na massa** • Para rever os números racionais
- 9 **Texto em foco** • Os números proibidos
- 11 Conjunto dos números reais ( $\mathbb{R}$ )
- 13 **Atividade financeira** • Decisões racionais
- 17 **Problema seu!** • Análise de intervalos reais
- 18 **Ativação**

23

### POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

- 24 Potências com expoente inteiro
- 25 **Olhar ampliado** • Informação que desinforma
- 27 Notação científica
- 28 Potências com expoente racional não inteiro
- 28 Radiciação de números reais
- 31 **Dimensão tecno** • Radicais na calculadora
- 32 **Problema seu!** • Análise de potências
- 33 Racionalização de denominadores
- 34 **Matemática integrada** • Mais racionalização
- 37 **Ativação**
- 43 **Estudo dirigido**
- 45 **Cidadão do mundo** • O problema dos microplásticos
- 47 **Em síntese**



Sean Pavone/Shutterstock.com/ID/BR

O Japão é um país pequeno e muito populoso. O território todo concentra mais de 125 milhões de pessoas em um espaço pouco maior que o estado do Mato Grosso do Sul.

## NÚMEROS IRRACIONAIS

Apesar de ser um país de pouca extensão territorial, há vários anos o Japão se destaca como uma das maiores economias do mundo. Após ter sido praticamente devastado pela Segunda Guerra Mundial, o país se reergueu de modo impressionante, tornando-se referência em novas tecnologias, com empresas dos setores automobilístico e de eletrônicos, por exemplo, destacando-se mundialmente. Algumas das principais marcas de veículos e de eletrônicos do cenário mundial são japonesas, e essa *expertise* influencia o desenvolvimento de outras marcas em todo o mundo, como ocorreu com o Honda NSX, que inspirou a McLaren F1.



Sue Thatcher/Shutterstock.com/D/BR

O supercarro Honda NSX, de 1994.



Joshua Rainey Photography/Shutterstock.com/D/BR

Carro de prova de arrancada, em Woodburn, nos Estados Unidos.

Muitas inovações podem ser vistas nos modelos atuais de carros de passeio, como trocas de marcha no volante (por meio dos *paddle shifters* – pás conhecidas como "borboletas", que ficam atrás do volante), volantes multifuncionais, com diversos controles além da direção, estrutura do chassi em fibra de carbono, reduzindo o peso dos veículos e garantindo maior segurança para motoristas e passageiros, entre outras.

No entanto, algumas características são específicas de modalidades de corrida, como rodas traseiras com diâmetro maior, comuns em corridas de arrancada. Como esses carros precisam de muita estabilidade, rodas traseiras maiores garantem melhor tração e diminuem escorregamentos.

Quais rodas você imagina que giram mais vezes para percorrer a mesma distância, as maiores ou as menores? Em um percurso de 1 km, essas rodas dariam quantos giros a mais?

Para responder a essas perguntas, é necessário calcular a quantidade de giros que cada uma delas dá ao percorrer essa distância. Assim, considere que o menor conjunto "roda mais pneu" tem um raio de 25 cm, enquanto o maior conjunto "roda mais pneu" tem raio de 60 cm. Para relacionar esses tamanhos aos giros para completar a distância de 1 km, é preciso determinar o comprimento da circunferência desses conjuntos.

A medida do comprimento ( $C$ ) de uma circunferência depende exclusivamente da medida do seu raio ( $r$ ) e é dada por  $C = 2\pi \cdot r$ , sendo  $\pi$  uma constante. Assim, para cada um dos conjuntos citados, que chamaremos apenas de rodas, tem-se:

- Dianteiras:  $C_{\text{dianteira}} = 2\pi \cdot 25 = 50\pi$
- Traseiras:  $C_{\text{traseira}} = 2\pi \cdot 60 = 120\pi$

Considerando que  $\pi$  é aproximadamente igual a 3,14 (indica-se:  $\pi \cong 3,14$ ), tem-se:

- $C_{\text{dianteira}} = 50\pi \Rightarrow C_{\text{dianteira}} \cong 50 \cdot 3,14 = 157 \Rightarrow C_{\text{dianteira}} \cong 157 \text{ cm}$
- $C_{\text{traseira}} = 120\pi \Rightarrow C_{\text{traseira}} \cong 120 \cdot 3,14 = 376,8 \Rightarrow C_{\text{traseira}} \cong 376,8 \text{ cm}$

Assim, dado que esses comprimentos correspondem às distâncias percorridas pelas rodas em uma volta, como  $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ , tem-se:

- Para as rodas dianteiras:  $\frac{1000 \text{ m}}{1,57 \text{ m}} \cong 637 \rightarrow$  aproximadamente 637 giros
- Para as rodas traseiras:  $\frac{1000 \text{ m}}{3,77 \text{ m}} \cong 265 \rightarrow$  aproximadamente 265 giros

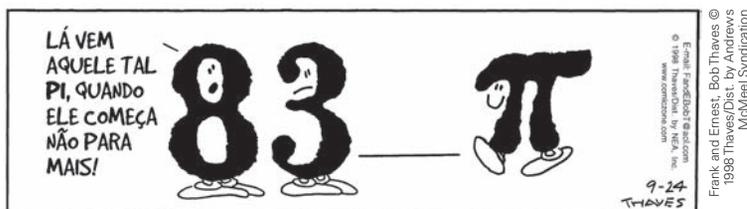
Portanto, para o percurso de 1 km, as rodas dianteiras, que são menores, precisam dar 372 giros a mais ( $637 - 265 = 372$ ).



## O QUE SÃO NÚMEROS IRRACIONAIS?

Os números irracionais são aqueles que não podem ser escritos na forma  $\frac{a}{b}$ , com  $a$  e  $b$  números inteiros e  $b$  não nulo. Isso quer dizer que, como  $\pi$  não é um número racional, não há uma fração que o determine. Além disso, para um número irracional, podem-se destacar duas características:

- tem expansão decimal infinita;
- tem expansão decimal não periódica.



Assim, uma calculadora com menor capacidade de dígitos pode representar o número  $\pi$  como sendo aproximadamente igual a 3,141592653, enquanto uma calculadora com maior capacidade de dígitos pode aproximar o  $\pi$  para 3,14159265358979323846. No entanto, hoje são conhecidos 105 trilhões de dígitos do número  $\pi$ .

Observe a seguir outros exemplos de números irracionais. Perceba que eles atendem às características citadas anteriormente.

- 1,10100100010000...
- $\sqrt{3} \cong 1,73205080756...$

### Mais sobre o número $\pi$

O contorno de uma forma circular (por exemplo, de uma roda, da tampa de um pote ou até mesmo de uma moeda) pode ser associado a uma circunferência e, para toda circunferência, o número  $\pi$  corresponde à razão da medida de seu comprimento ( $C$ ) pela medida do raio ( $r$ ). Dessa forma, tem-se:

$$\pi = \frac{C}{2r}$$

Dados sobre as moedas do sistema monetário brasileiro (Real) podem auxiliar na verificação dessa afirmação sobre o  $\pi$ .

#### RELAÇÃO ENTRE A MEDIDA DO COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA E A DO DIÂMETRO DAS MOEDAS DE REAL

Moeda	Medida aproximada do comprimento ( $C$ ) da circunferência (mm)	Medida do comprimento do diâmetro ( $d = 2r$ ) (mm)	$\pi = \frac{C}{2r} = \frac{C}{d}$
	84,82	27	3,14
	72,26	23	3,14
	78,54	25	3,14
	62,83	20	3,14
	69,12	22	3,14

Fonte de pesquisa: Banco Central do Brasil. Disponível em: <http://linkte.me/x3ocf>. Acesso em: 3 nov. 2024.

## SER SOCIAL

São muitas as situações do cotidiano nas quais precisamos fazer escolhas racionais. Por exemplo, quando jogamos algo fora, você já refletiu sobre onde seria esse “fora”? Tudo que descartamos vai para algum lugar. Pode ser fora de nosso lar, mas ainda pode ser encontrado. Quando se trata do planeta Terra e seus recursos, não se joga nada fora. É por isso que a discussão sobre o uso racional de recursos é tão importante. Recursos valiosos são transformados, muitas vezes, em recursos com tempo de uso limitado que, quando não são mais úteis, são colocados de lado. Esgoto e lixo descartado, frequentemente, vão parar nos oceanos, deixando todo um ecossistema doente. Até mesmo nossa urina pode liberar traços de remédios e contaminar a água do mar. Estudos afirmam que, em 2050, haverá mais plásticos que peixes no oceano.

- Em sala, discuta com a turma: por que não se joga nada fora, de fato?



Marlon Tenório/Acervo do cartunista

Charge de Marlon Tenório, sobre irracionais.

## Aproximações de radicais irracionais

Para alguns radicais, não há possibilidade de determinar um valor exato como resultado. Não é o caso, por exemplo, de  $\sqrt{2,25}$ , uma vez que  $1,5^2 = 2,25$  e, por isso,  $\sqrt{2,25} = 1,5$ . Esse e infinitos outros radicais remetem a números racionais.

No entanto, outros infinitos radicais, mesmo com radicandos naturais, são irracionais e, por isso, uma das estratégias de cálculo dessas raízes é obter valores por aproximação, considerando, para isso, uma quantidade de casas decimais que seja adequada ao tipo de problema que se quer resolver.

Por exemplo, é possível calcular o valor aproximado de  $\sqrt{2}$  fazendo tentativas e aproximações sucessivas de números racionais. Para isso, busca-se um número positivo que, elevado ao quadrado, seja aproximadamente igual a 2, como mostrado a seguir.

$$1^2 < 2 < 2^2 \Rightarrow 1 < \sqrt{2} < 2$$

Para obter a aproximação de uma casa decimal, pode-se estimar valores que sejam inferiores e superiores a 2. Observe.

$$1,1^2 = 1,21 \\ \text{(menor que 2)}$$

$$1,2^2 = 1,44 \\ \text{(menor que 2)}$$

$$1,3^2 = 1,69 \\ \text{(menor que 2)}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1,4^2 = 1,96 \text{ (menor que 2)} \\ 1,5^2 = 2,25 \text{ (menor que 2)} \end{array} \right\} \sqrt{2} \text{ está entre 1,4 e 1,5}$$

Para aproximação de mais casas decimais, repete-se o teste até obter números ainda mais próximos de 2 quando elevado ao quadrado. Do exemplo anterior, tem-se:

$$\left. \begin{array}{l} 1,41^2 = 1,9881 \text{ (menor que 2)} \\ 1,42^2 = 2,0164 \text{ (menor que 2)} \end{array} \right\} \sqrt{2} \text{ está entre 1,41 e 1,42}$$

Quando se conhece um intervalo para uma raiz, pode-se determinar qual dos extremos seria uma melhor aproximação, por meio do módulo da diferença do quadrado desses números para o radicando. Por exemplo, considerando  $1,41^2 = 1,9881$  e  $1,42^2 = 2,0164$ , tem-se:

$$\begin{array}{ll} \blacksquare |2 - 1,9881| = 0,0119 & \blacksquare |2 - 2,0164| = 0,0164 \end{array}$$

Portanto, para  $\sqrt{2}$ , como  $0,0119 < 0,0164$ , dessas opções, a melhor aproximação é 1,41.

Um processo similar para o cálculo da raiz quadrada de 10 seria:

$$3^2 < 10 < 4^2 \Rightarrow 3 < \sqrt{10} < 4$$

Como  $3,1^2 = 9,61$  e  $3,2^2 = 10,24$ , tem-se:

$$9,61 < 10 < 10,24 \Rightarrow 3,1 < \sqrt{10} < 3,2$$

Como  $|10 - 10,24| < |10 - 9,61|$ , até essa etapa, a melhor aproximação para  $\sqrt{10}$  é 3,2.



# MÃO NA MASSA

## PARA REVER OS NÚMEROS RACIONAIS

Esta atividade visa propor uma revisão acerca das propriedades dos números racionais, estudadas em anos anteriores. De acordo com a orientação do professor, reúnam-se em duplas para realizá-la.

### Material

- Folha de sulfite
- Régua
- Lápis preto e de outras duas cores
- Dois objetos para servir de peões ou marcadores em um tabuleiro

### Como fazer

- 1) Em uma folha de sulfite, elaborem um tabuleiro quadrado e quadriculado. Por exemplo, construam um quadrado de  $18\text{ cm} \times 18\text{ cm}$  e dividam esse quadrado em quadradinhos menores, de  $3\text{ cm} \times 3\text{ cm}$ .
- 2) Dentro de cada um dos quadradinhos do tabuleiro construído, disponham números racionais diversos: naturais, inteiros negativos, racionais não inteiros na forma de fração, na forma de número decimal, de dízimas periódicas, positivos e negativos (veja um exemplo abaixo).
- 3) Definam as regras do jogo, determinando, por exemplo, quem começa, por qual casa do tabuleiro e como será o desenvolvimento a cada rodada. Uma jogabilidade sugerida é:

- O primeiro jogador coloca o peão em qualquer casa do tabuleiro, o que pode ser feito ao acaso, por exemplo, lançando o peão sobre ele.
- O número dentro dessa casa é do primeiro jogador, que deve fazer um  $\times$  sobre ele com a sua cor (escolher cores para cada um) e passar a vez. O próximo jogador escolhe a direção (horizontal ou vertical) e vai até a casa que quiser, andando na direção escolhida (que agora será fixa para esse jogador). Então, faz um  $\times$  com a sua cor sobre o número escolhido e passa a vez.
- O outro repete o procedimento: vai até a casa que quiser, caminhando na direção escolhida, que lhe cabe (diferente da escolhida pelo colega), e faz um  $\times$  no número da casa escolhida.

10	-3	0,999...	-8	0	4
5,6	$\frac{1}{2}$	-5	-3	$\frac{7}{2}$	0,5
-0,2	$\frac{25}{4}$	4,5	0,1	-7,2	-6
0,333...	0	-7	15,2	-4	5
8	6,89	1	$-\frac{1}{2}$	-2	6
-2,5	$-\frac{8}{3}$	0,8	9	$\frac{15}{2}$	-1

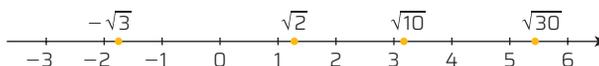
- Quando um dos jogadores não tiver mais como caminhar na direção escolhida, o jogo se encerra. Ganha quem obtiver a maior soma dos números com  $\times$  marcados na sua cor.

### ATIVIDADE

- Após uma partida, converse com os colegas e com o professor sobre quais foram as suas principais dificuldades.

## Números irracionais na reta numérica

Quando se identifica um valor superior ou inferior a um número irracional, esse número pode ser representado em uma posição aproximada na reta numérica. Em alguns casos, unidades inteiras são suficientes para a localização na reta. No exemplo a seguir, estão representadas as localizações aproximadas de  $\sqrt{2}$  e  $\sqrt{10}$  (de acordo com as análises feitas anteriormente), além dos números  $-\sqrt{3}$  e  $\sqrt{30}$ , que podem ser verificados por você.

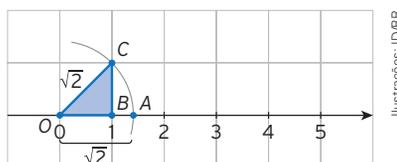


## Determinação geométrica de números irracionais

Um processo de determinação exata da posição de um número irracional na reta numérica é feito utilizando o teorema de Pitágoras.

Para obter um segmento de comprimento  $\sqrt{2}$  u, pode-se construir um triângulo retângulo isósceles de lado 1 u, uma vez que, pelo teorema de Pitágoras, tem-se:  $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ .

Usando uma malha quadriculada, pode-se representar uma reta numérica e um triângulo retângulo isósceles de lado 1 u. Então, com um compasso, transporta-se a medida da hipotenusa desse triângulo para a reta, colocando a ponta seca no ponto 0 (zero) e desenhando um arco de raio igual à hipotenusa:

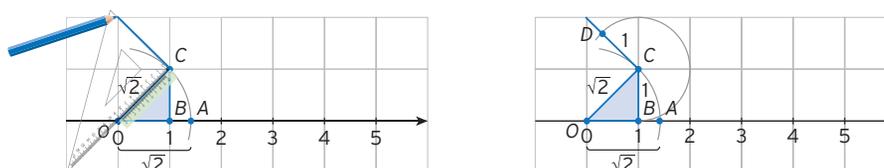


O ponto A é a determinação geométrica de  $\sqrt{2}$ , sendo  $OA = \sqrt{2}$  u.

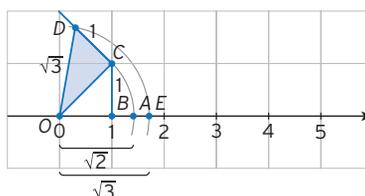
Para representar na reta numérica a posição exata de  $\sqrt{3}$ , é possível fazer uso da determinação anterior. Pelo teorema de Pitágoras, para o triângulo retângulo de catetos 1 u e  $\sqrt{2}$  u, para a medida da hipotenusa, tem-se:

$$\sqrt{1^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{1 + 2} = \sqrt{3}$$

Assim, usando régua e esquadro, pode-se construir um ângulo de  $90^\circ$  com vértice em C e, então, representar o cateto  $CD = 1$  u:



Por fim, determinado o triângulo  $OCD$  de catetos 1 u e  $\sqrt{2}$  u e hipotenusa  $OD = \sqrt{3}$  u, usa-se o compasso para transportar a medida de  $\overline{OD}$  para a reta, obtendo em E a posição de  $\sqrt{3}$ :







A **SM** apresenta uma solução educacional completa que une recursos pedagógicos a ampla cesta de serviços, compondo um entorno cooperativo orientado para a sustentabilidade no âmbito da agenda dos **Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS)**.

- O estudante é incentivado a exercer o protagonismo e a desenvolver cidadania crítica e criativa, com base na ética do cuidado.
- O professor acessa grande variedade de propostas que asseguram flexibilidade à condução dos processos de ensino e aprendizagem.
- Estratégias pedagógicas assertivas e coerentes, que incluem oferta digital completamente alinhada com o desenvolvimento de conteúdos significativos, favorecem a aquisição de competências e habilidades.

### **TECNOLOGIA EDUCACIONAL** como ferramenta de aprendizagem e gestão

Todo o conteúdo, potencializado por recursos variados, pode ser acessado na plataforma **SM Aprendizagem**, a qualquer tempo e em qualquer lugar, usando um dispositivo pessoal.

- Recursos digitais de diferentes tipos (galerias de imagens, áudios, vídeos, animações, infográficos) ilustram o conteúdo de forma dinâmica, favorecendo a compreensão e o aprofundamento dos conceitos.
- Diferentes propostas de atividades interativas ampliam as oportunidades de reforço da aprendizagem e funcionam como trilhas avaliativas.
- Canais de comunicação possibilitam o contato permanente entre professores e estudantes, facilitando o envio de atividades personalizadas.
- O portfólio digital permite o acompanhamento da evolução do aprendizado de cada estudante, com autoavaliação dos objetivos pretendidos.



[login.smaprendizagem.com](https://login.smaprendizagem.com)

2 2 2 7 7 1

ISBN 978-85-418-3326-4



9

788541

833264

