

ec@S

8

ENSINO
FUNDAMENTAL
ANOS FINAIS



MATEMÁTICA

1

2

3



ec@S

8

**ENSINO
FUNDAMENTAL
ANOS FINAIS**

MATEMÁTICA

Obra coletiva concebida e desenvolvida por SM Educação.

1ª edição, 2025



Ecos Matemática 8
© SM Educação
Todos os direitos reservados

Direção editorial	André Monteiro
Gerência editorial	Fernando Almeida
Elaboração de conteúdos	Carlos N. C. de Oliveira, Felipe Fugita (base editorial); Rafael Zattoni, Thomas Dall'Acqua Carvalho Viver Matemática
Coordenação editorial	Fábio Silva, Magali Prado Supervisão de conteúdo: Carmela Ferrante, Lilian Morato de Carvalho Edição: Viver Matemática Assistência editorial: Maria Cecília Dal Bem Revisão: Ana Cristina Garcia Suporte editorial: Camila Alves Batista, Fernanda de Araújo Fortunato
Coordenação de design	Gilciane Munhoz Design: Camila Noriko Ueki, Lissa Sakajiri
Coordenação de arte	Melissa Steiner Edição de arte: Mayra França Assistência de produção: Leslie Morais
Coordenação de iconografia	Josiane Laurentino Pesquisa iconográfica: Camila D'Angelo, Juliana Hernandez, Junior Rozzo, Karina Tengan Tratamento de imagem: Marcelo Casaro, Robson Mereu
Capa	APIS Design Fotografia da capa: DragonImages/Getty Images, Suriyapong Thongsawang/Getty Images, MBI/Getty Images
Projeto gráfico	APIS Design
Editoração eletrônica	Setup Bureau
Pré-impressão	Américo Jesus
Fabricação	Alexander Maeda
Impressão	

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Ecos Sistema de Ensino : matemática : 8º ano :
ensino fundamental : anos finais / obra coletiva
concebida e desenvolvida por SM Educação. --
1. ed. -- São Paulo : Edições SM, 2025. --
(Ecos Sistema de Ensino)

ISBN 978-85-418-3333-2 (aluno)
ISBN 978-85-418-3293-9 (professor)

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Série.

24-227088

CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

1ª edição, 2025



SM Educação
Avenida Paulista, 1842 – 18º andar, cj. 185, 186 e 187 – Condomínio Cetenco Plaza
Bela Vista 01310-945 São Paulo SP Brasil
Tel. 11 2111-7400
atendimento@grupo-sm.com
www.grupo-sm.com/br

ANTES DE MAIS NADA...

A escola está inserida em um mundo complexo e que se transforma rapidamente. Na jornada do Ensino Fundamental Anos Finais, é importante que o conhecimento adquirido ao longo do tempo seja consolidado e aprofundado. Espera-se que cada estudante amplie sua visão de mundo e se torne um cidadão crítico e participativo na sociedade. Este é um desafio e tanto!

Esta solução didática foi elaborada abarcando os diversos componentes curriculares com rigor conceitual, contextualização, atualização e recursos que favorecem o processo de ensino-aprendizagem. Além disso, ela trabalha os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) propostos pela Organização das Nações Unidas (ONU) em busca da cidadania global, fundamental para que o estudante adquira conhecimentos e desenvolva habilidades que o façam se sentir parte integrante da sociedade, ampliando seu papel protagonista. Para completar, projetos de pesquisa anuais trabalham temas transversais que integram diferentes componentes curriculares.

Pretende-se, assim, contribuir para que o cotidiano escolar seja estimulante e enriquecedor, possibilitando a superação de todos os desafios.

Que esta jornada seja muito feliz!

ABERTURA DO MÓDULO

O conteúdo deste componente curricular está distribuído por nove módulos, que reúnem os objetos de conhecimento a serem desenvolvidos no ano. Cada módulo é composto por dois tópicos relacionados.

Um pequeno texto introduz o assunto a ser trabalhado no módulo.

MATEMÁTICA

TRIÂNGULOS EM CONSTRUÇÃO

MÓDULO 3

DIVERSAS CONSTRUÇÕES pelo mundo se valem das estruturas rígidas dos triângulos. Para obter um grande vão livre, como a estrutura de pontes, por exemplo, é fundamental realizar uma boa sustentação a partir de um ponto. Qual ponto tomar, como fazer o equilíbrio e como distribuir a estrutura ao longo do espaço são temas complexos que passam pelas propriedades dos triângulos, que serão analisadas ao longo deste módulo.

NOSSOS OBJETIVOS

- Revisar os conceitos básicos de triângulos
- Compreender a congruência de triângulos
- Conhecer os segmentos e os pontos notáveis nos triângulos
- Resolver situações-problema relacionadas a triângulos e quadriláteros
- Relacionar medidas de ângulos em triângulos
- Relacionar os triângulos aos quadriláteros notáveis
- Realizar construções geométricas

97

A trilha apresenta os objetivos pedagógicos e serve como orientação de estudo.

A imagem de abertura do módulo desperta a curiosidade para o que será estudado.

MATEMÁTICA

NESTE MÓDULO

100 TRIÂNGULOS E QUADRILÁTEROS

- 100 Elementos de um triângulo
- 101 Congruência de triângulos
- 102 Quadriláteros
- 106 **Texto em foco** • Notáveis da matemática
- 108 Construções: triângulos e quadriláteros
- 110 **Matemática integrada** • A busca por conhecimento
- 113 **Problema seu** • Aplicando propriedades
- 114 **Ativação**

120 OUTROS ELEMENTOS DO TRIÂNGULO

- 120 Cevianas e pontos notáveis
- 126 **Mão na massa** • Baricentro e incentro na prática
- 127 Construções: segmentos e pontos notáveis
- 130 **Atividade financeira** • Equilíbrio
- 132 **Dimensão técnico** • Verificação no GeoGebra
- 133 **Problema seu** • Vários triângulos
- 134 **Ativação**
- 139 **Estudo dirigido**
- 141 **Cidadão do mundo** • Comunidade sustentável
- 143 **Em síntese**

A ponte Octávio Frias de Oliveira, popularmente conhecida como "ponte estalada", fica na cidade de São Paulo (SP) e foi inaugurada em 15 de maio de 2008, como uma opção para enfrentar regras opostas do rio Pinheiros. Com comprimento de 400 m, sua estrutura é de concreto com sustentação que usa cabos de aço inoxidável.

10 **11**

O QUE VOCÊ SABE sobre a disposição de cabos para sustentar pontes como essa?

O QUE VOCÊ ACHA da escolha desse tipo de estrutura para a estética do local?

O sumário lista os tópicos desenvolvidos no módulo e facilita sua localização.

A questão iniciada com "O que você sabe" ajuda a resgatar conhecimentos anteriores.

A questão iniciada com "O que você acha" propõe a formulação de uma hipótese.

PROBLEMA SEU!

Vários triângulos

Quando se segue a partir de uma das provas da Escola de Espiritualidade de Aromatização (EAS-SP). Para resolver, é necessário mobilizar algumas das propriedades estudadas ao longo deste módulo. Para compreender como esse quebra-cabeça pode ser resolvido, faça o que se pede nos itens propostos.

Seja ABC um triângulo tal que $\hat{A} = 60^\circ$, conforme a figura, tome que $FD = 1$.

1. Qual é a medida do lado AC do triângulo ACD ? Qual é a classificação para esse triângulo? Quanto mede o lado CD ?

2. Qual é a natureza dos segmentos BE e CD para o triângulo ABC ? Justifique.

3. Qual é a natureza do ponto F para o triângulo ABC ? Justifique.

4. Recorrendo à propriedade para esse caso particular e considerando $FD = 1$, represente a medida de DE em função da medida de BE .

PROBLEMA SEU!

Estratégias de criação e resolução de problemas.

MATEMÁTICA INTEGRADA

Mediando problemas

Problemas relativos ao cálculo de mediana em triângulos e suas propriedades são abordados neste módulo. O uso de ferramentas tecnológicas, como o GeoGebra, pode ser utilizado para a construção de animações e a visualização de propriedades geométricas e o estabelecimento de conjecturas. (1)

1.1 Imagine uma empresa que precisa fazer o levantamento preliminar de clientes distribuídos por todo o Brasil. Como o cálculo de mediana é mais simples e rápido de fazer, a empresa decide usar esse método para determinar o ponto médio de cada região. Entretanto, esse método não é adequado para a análise de dados com distribuição assimétrica, como a renda familiar por família. Nesse caso, o uso da mediana é mais adequado do que o uso da média aritmética.

1.2 Considere um conjunto de dados com distribuição assimétrica, como a renda familiar por família. Nesse caso, o uso da mediana é mais adequado do que o uso da média aritmética.

1.3 Considere um conjunto de dados com distribuição assimétrica, como a renda familiar por família. Nesse caso, o uso da mediana é mais adequado do que o uso da média aritmética.

1.4 Considere um conjunto de dados com distribuição assimétrica, como a renda familiar por família. Nesse caso, o uso da mediana é mais adequado do que o uso da média aritmética.

1.5 Considere um conjunto de dados com distribuição assimétrica, como a renda familiar por família. Nesse caso, o uso da mediana é mais adequado do que o uso da média aritmética.

1.6 Considere um conjunto de dados com distribuição assimétrica, como a renda familiar por família. Nesse caso, o uso da mediana é mais adequado do que o uso da média aritmética.

1.7 Considere um conjunto de dados com distribuição assimétrica, como a renda familiar por família. Nesse caso, o uso da mediana é mais adequado do que o uso da média aritmética.

1.8 Considere um conjunto de dados com distribuição assimétrica, como a renda familiar por família. Nesse caso, o uso da mediana é mais adequado do que o uso da média aritmética.

1.9 Considere um conjunto de dados com distribuição assimétrica, como a renda familiar por família. Nesse caso, o uso da mediana é mais adequado do que o uso da média aritmética.

1.10 Considere um conjunto de dados com distribuição assimétrica, como a renda familiar por família. Nesse caso, o uso da mediana é mais adequado do que o uso da média aritmética.

MATEMÁTICA INTEGRADA

Situações de uso prático da matemática, incluindo apresentação e uso de ferramentas e interação com outros componentes curriculares, acompanhadas de propostas de atividades.

ATIVIDADE FINANCEIRA

Consumismo convergente ou divergente?

O que convergente e divergente significam em relação ao consumo? Consumismo convergente é consumo responsável, que nos faz pensar no presente e no futuro, procurando atingir objetivos que em menor tempo sejam benéficos para nós e não prejudiquem a vida de outras pessoas. Já o consumo divergente é aquele que se dá fora de uma vida saudável, desconsiderando a vida de outras pessoas e que pode causar algum dano.

Para analisar sua vida sobre consumo e cultura de consumo, faça o teste a seguir.

1.1 Imagine estar consumindo muito pelo celular. O consumo de um aparelho 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.

1.2 Imagine estar consumindo muito pelo celular. O consumo de um aparelho 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.

1.3 Imagine estar consumindo muito pelo celular. O consumo de um aparelho 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.

1.4 Imagine estar consumindo muito pelo celular. O consumo de um aparelho 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.

1.5 Imagine estar consumindo muito pelo celular. O consumo de um aparelho 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.

1.6 Imagine estar consumindo muito pelo celular. O consumo de um aparelho 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.

1.7 Imagine estar consumindo muito pelo celular. O consumo de um aparelho 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.

1.8 Imagine estar consumindo muito pelo celular. O consumo de um aparelho 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.

1.9 Imagine estar consumindo muito pelo celular. O consumo de um aparelho 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.

1.10 Imagine estar consumindo muito pelo celular. O consumo de um aparelho 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.

ATIVIDADE FINANCEIRA

Importância da matemática na gestão de finanças pessoais, estratégias de poupança e outros investimentos.

ATIVIDADES

Diferentes baterias de questões permitem fixação, aplicação e consolidação dos conteúdos estudados. As atividades são elaboradas com base em habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e classificadas por “ações cognitivas”, identificadas por ícones.

ATIVIAÇÃO

1. **Identificação** Determine os elementos do conjunto definido a seguir:
 $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \text{ é uma letra do alfabeto}\}$

2. **Identificação** Escreva alguns números dos conjuntos infinitos a seguir:
 $\mathbb{N} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \text{ é um número inteiro maior que } 10\}$

3. **Identificação** Sendo $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ e $B = \{3, 6, 9, 12, 15\}$, complete as sentenças a seguir com **sim** ou **não**.
 $a \in A$ _____ $d \in A$ _____ $7 \in A$ _____ $5 \in A$ _____
 $10 \in A$ _____ $11 \in A$ _____ $9 \in A$ _____

4. **Identificação** Os subconjuntos de um conjunto A são todos os conjuntos formados por elementos de A, incluindo o conjunto vazio e o conjunto A.
 Assumindo que $A = \{1, 2, 3, 4\}$,
 $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$
 Cite, em ordem, todos os subconjuntos de A que possuem exatamente 2 elementos.

5. **Identificação** Faça o que se pede em cada item.
 a) Represente os conjuntos $A = \{3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 51, 57, 63, 69, 75, 81, 87, 93, 99\}$ em um diagrama.

ATIVIAÇÃO

Seleção de atividades para resolução em sala de aula, com o auxílio do professor.

ESTUDO DIRIGIDO

1. **Identificação** Classifique o triângulo a seguir quanto às medidas dos lados e ângulos. Escreva as medidas de cada um dos ângulos.

2. **Identificação** Dada a configuração a seguir, qual é o valor de \hat{C} ?

3. **Identificação** Calcule as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC a seguir.

4. **Identificação** Calcule o perímetro do triângulo ABC a seguir, considerando que \hat{A} é ângulo de base AC.

5. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

6. **Identificação** Calcule as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC a seguir.

7. **Identificação** Calcule as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC a seguir.

8. **Identificação** Calcule as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC a seguir.

9. **Identificação** Calcule as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC a seguir.

10. **Identificação** Calcule as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC a seguir.

11. **Identificação** Calcule as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC a seguir.

12. **Identificação** Calcule as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC a seguir.

13. **Identificação** Calcule as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC a seguir.

14. **Identificação** Calcule as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC a seguir.

15. **Identificação** Calcule as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC a seguir.

16. **Identificação** Calcule as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC a seguir.

17. **Identificação** Calcule as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC a seguir.

18. **Identificação** Calcule as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC a seguir.

19. **Identificação** Calcule as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC a seguir.

20. **Identificação** Calcule as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC a seguir.

ESTUDO DIRIGIDO

Conjunto de questões para resolução com autonomia, durante o horário de estudo.

EM SÍNTESE

1. **Identificação** Uma fábrica de doces produz bombons para vender nos estabelecimentos comerciais de uma cidade. Para controle de produção e de vendas, é utilizado diariamente um gráfico para mostrar a cidade e o número de bombons em estoque e o número de bombons vendidos. No dia 10 de fevereiro, o gráfico foi o seguinte:

2. **Identificação** Para a seleção de alunos monitores do Colégio Harp, foram abertas inscrições para os municípios de Pernambuco, Paraíba e Piauí. No entanto, não foi permitida a candidatura para Pernambuco e Paraíba, sendo permitida apenas para o Piauí. Foram inscritos 40 candidatos para o Piauí, 15 para Pernambuco e 10 para Paraíba. Foi escolhido para o cargo de monitor o candidato de Pernambuco que recebeu o maior número de votos.

3. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

4. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

5. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

6. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

7. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

8. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

9. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

10. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

11. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

12. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

13. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

14. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

15. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

16. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

17. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

18. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

19. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

20. **Identificação** Calcule o valor de x e y .

EM SÍNTESE

Repasse dos principais conteúdos, associados a atividades de consolidação do aprendizado.

BOXES

Apresentam informações que complementam e ilustram o assunto em estudo.

Até o momento, utilizamos exemplos de situações nas quais todos os elementos dos conjuntos foram descritos. No entanto, podem-se usar os diagramas para representar as quantidades de elementos dos conjuntos, inclusive a situação descrita a seguir.

Em uma pesquisa, os membros em um clube responderam se usam fone de ouvido com fio, sem fio ou se não usam fone. O resultado mostrou que 80 pessoas usam fone com fio, 155 usam fone sem fio, 48 usam os dois tipos de fone e 13 pessoas não usam fone.

Note que, para representar as quantidades de pessoas em cada conjunto, é preciso considerar que quem usa os dois tipos de fone já usa o fone sem fio e já usa o fone com fio. Ao distribuir esses elementos em um diagrama, sendo A o conjunto de pessoas que usa fone com fio e B o conjunto de pessoas que usa fone sem fio, tem-se:



Assim, são 32 pessoas que usam exclusivamente fones com fio, 48 usam ambos os tipos, 107 usam exclusivamente fones sem fio e 13 não usam tipo de fone. O que implica dizer que o total de pessoas que participaram da pesquisa pode ser dado por:

$$32 + 48 + 107 + 13 = 200$$

SER SOCIAL

[...] Fazer parte de alguns grupos ou pertencer a alguns lugares são de um sentimento de importância [...] Não se trata parte de algo, por outro lado, pode causar efeitos muito negativos na saúde física e mental [...]

Entretanto, é importante que seja realizado de maneira adequada e com acompanhamento adequado, pois pode gerar o sentimento de pertencimento a um determinado indivíduo, que pode virar a toda momento ao lado e comprometido com esse indivíduo. Mas não se identificar com nenhum grupo ou grupo de pessoas, pois isso pode gerar alguns tipos de problemas, como a sensação de exclusão e marginalização [...]

- Não sentir que pertence a algum grupo é o que idealmente seria, pois isso pode gerar problemas de saúde física e mental.
- Sentir-se excluído pode fazer muito mal à saúde mental. Vale a pena conversar com algum colega se sentir assim? Ou seja, quem pode ajudar, falar para ajudar?

JOVEM CIDADÃO

PCD (Pessoa com Deficiência) é a sigla usada para nos referir a pessoas com qualquer tipo de deficiência, ou seja, uma limitação que pode dificultar a realização de certas atividades. A deficiência pode ser física (paralisia, amputação e nanismo, por exemplo), auditiva (surdez ou surdo), visual (deficiência total ou parcial) e intelectual (por exemplo, síndrome de Down).

PCDs têm benefícios garantidos por lei, como ter acesso a alguns impostos, transporte público gratuito, atendimento prioritário, direito à moradia e a seguir carreira em estabelecimentos. Por que você acha que existem essas garantias?

• A falta de inclusão e acessibilidade de PCDs ainda é um desafio na sociedade. O governo tem papel essencial na redução da desigualdade, mas é o cidadão comum de que forma você acha que podemos colaborar?

EQUAÇÃO DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA

A sentença obtida na página anterior, após a aplicação dos dados na fórmula $0,125 \cdot 305 = 0$, é um exemplo de equação do 1º grau com uma incógnita. Nesse caso, a incógnita é v .

Uma equação do 1º grau com uma incógnita é qualquer equação que pode ser escrita na forma $ax + b = 0$, em que $a \neq 0$ e b é qualquer número real.

Para resolver uma equação do 1º grau com uma incógnita, primeiro deve-se analisar e organizar os termos. Depois, pode-se simplificar a equação para a incógnita ficar isolada em um dos membros da equação. Então, verifica-se se o valor obtido (ou a equação) pertence ao conjunto universo.

Por exemplo, para a equação $v = 0,125 \cdot 305 = 0$, tem-se:

$$v = 0,125 \cdot 305 = 0 \Rightarrow 0,125v = 305,5 \\ \Rightarrow v = \frac{305,5}{0,125} \Rightarrow v = 2444$$

O valor obtido (um número natural) faz sentido para essa equação e esse contexto. Também pode-se verificar, ao substituir de volta na equação, que ela satisfaz a igualdade. Portanto, a velocidade média do Maglev, de acordo com os dados apresentados, é de 244 km/h.

Estratégias para solução de equações do 1º grau

Ao lidar com equações do 1º grau com uma incógnita, é preciso ter à disposição de que as equações podem ser reduzidas à sentença de $a \cdot x + b = 0$, que tem como solução $x = -\frac{b}{a}$ com $a \neq 0$.

Assim, se as equações a serem resolvidas forem compostas de mais termos e coeficientes, é preciso realizar operações básicas para que a sentença anterior ou algo próximo a ela seja obtido.

Como regra geral para a resolução, propõe-se seguir a seguinte ordem dos princípios de equivalência da igualdade, com a incógnita sendo escrita no primeiro membro e os números no segundo membro.

Acompanhe e adapte alguns exemplos de resolução de equações do 1º grau com uma incógnita. Note que serão apresentadas, gradualmente, equações mais desafiadoras para a resolução.

$$2x + 5 = 21 \\ 2x + 5 - 5 = 21 - 5 \Rightarrow 2x = 16 \Rightarrow x = \frac{16}{2} \Rightarrow x = 8$$

Com isso, determinamos que a velocidade do trem é de 8 km/h. A dependência da solicitação do enunciado de uma situação-problema, pode-se apresentar quando essa não constitui uma resposta completa ou apresentar o conjunto solução, o que, nesse caso, é $x = \{8\}$.

MAIS!

O conjunto formado por v foi descrito em uma situação-problema, portanto, é necessário verificar se o valor obtido pertence ao conjunto universo. Nesse caso, a incógnita é v .

MAIS! Em uma equação do 1º grau com uma incógnita, o valor obtido para a incógnita deve ser substituído na equação original para verificar se a igualdade é satisfeita. Isso é chamado de verificação da solução.

MULTIMÍDIA

Este vídeo apresenta a importância da participação em grupos de trabalho e como isso pode ser feito de maneira eficaz.

Este vídeo apresenta a importância da participação em grupos de trabalho e como isso pode ser feito de maneira eficaz.

DEFINIÇÃO

Destaca conceitos importantes para o aprendizado.

MAIS!

Apresenta informação complementar, curiosidade ou reforço conceitual.

MULTIMÍDIA

Sugere livros, sites, filmes e visitas reais e virtuais que ilustram e aprofundam o conteúdo.

PENSE NISSO E RESPONDA

Traz uma atividade rápida que auxilia a progressão do conteúdo.

DICIONÁRIO

Apresenta o significado de palavras complexas destacadas no texto.

SER SOCIAL

Mostra informação contextualizada sobre aspectos da vida em sociedade,

acompanhada de solicitação de posicionamento pessoal que leva à reflexão sobre a participação contributiva do estudante.

JOVEM CIDADÃO

Apresenta situação associada com um dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) da Organização das Nações Unidas (ONU) e propõe interpretação analítica e reflexiva do fato.

AÇÕES COGNITIVAS

Cognição é a forma pela qual o pensamento se organiza na realização de determinadas ações. Cada atividade proposta exige uma ação cognitiva específica do estudante, que é sinalizada por um ícone.

LEMBRAR Recordar fatos e conceitos relacionados com determinada situação.

COMPREENDER Entender e explicar uma situação com base em experiências anteriores.

APLICAR Usar o que se aprendeu para resolver uma situação nova.

ANALISAR Entender uma situação por meio do exame de seus diferentes aspectos.

AVALIAR Julgar uma situação adotando certo critério.

CRIAR Propor solução nova e coerente para uma situação.

OBJETIVOS DE DESENVOLVIMENTO SUSTENTÁVEL (ODS)

São 17 metas de natureza econômica, social e ambiental definidas pela Organização das Nações Unidas (ONU) como forma de reduzir desigualdades e assegurar um futuro para o planeta. Em cada módulo, um ODS relacionado com o assunto é trabalhado no boxe “Jovem cidadão” e na seção “Cidadão do mundo”, permitindo que o estudante contribua com ideias e propostas para a melhoria das condições de vida em sociedade, desenvolvendo cidadania crítica, criativa e atuante.



LIVRO DIGITAL

A versão digital deste volume pode ser acessada por meio da plataforma SM Aprendizagem usando um dispositivo pessoal, o que possibilita a leitura e o estudo com portabilidade. Conteúdos exclusivos, como recursos multimídia (galerias de imagens, áudios, vídeos, animações, infográficos) e atividades interativas reforçam e aprofundam os conhecimentos. Ferramentas variadas fundamentam pedagogicamente a coleção, armazenam informações úteis sobre o uso do material didático pelo estudante e orientam-no sobre a melhor forma de navegar pelos recursos disponíveis.





EQUAÇÕES NA PRÁTICA

MÓDULO

1

AS POTÊNCIAS exercem um papel de destaque em situações que envolvem uma variação que ocorre por um fator de multiplicação constante. Já as equações são métodos algébricos desenvolvidos para criar modelos que representem situações diversas e, por isso, são fundamentais para a solução de problemas do ponto de vista matemático.

NOSSOS OBJETIVOS

Representar potências e calcular os resultados, quando possível

Fazer uso de notação científica e de prefixos para potências de 10

Resolver equações de diferentes tipos

Resolver situações-problema com o uso de equações

Aplicar as propriedades das potências

Resolver situações-problema relacionadas a potenciação

Traduzir uma situação matemática utilizando equações



Rowan Jordan/Stock/Getty Images

|| O QUE VOCÊ SABE sobre a ingestão de medicamentos?

|| O QUE VOCÊ ACHA que ocorre com dosagens incorretas?



NESTE MÓDULO

4

POTENCIAÇÃO

- 5 Definição de potência
- 8 Propriedades da potenciação
- 10 Potências de 10
- 12 **Dimensão tecno** • A evolução do armazenamento
- 13 Notação científica
- 14 **Texto em foco** • Grandezas astronômicas
- 16 **Problema seu!** • Potências e fatores
- 17 **Ativação**

22

EQUAÇÕES

- 23 Equação do 1º grau com uma incógnita
- 26 **Matemática integrada** • Modelando problemas
- 28 Equação do 1º grau com duas incógnitas
- 29 Soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas
- 31 **Atividade financeira** • Caixa eletrônico
- 32 **Mão na massa** • Equações com duas incógnitas no GeoGebra
- 33 Equação do 2º grau
- 35 **Olhar ampliado** • Remédios e medicamentos: um papo sério
- 37 **Problema seu!** • Uma questão de tempo
- 38 **Ativação**
- 43 **Estudo dirigido**
- 45 **Cidadão do mundo** • Saúde e prevenção
- 47 **Em síntese**

Diferentes tipos de medicamento têm dosagens e períodos de ingestão também diversos. Esse fato está ligado ao modo como a substância ativa em questão age e à capacidade do organismo de lidar com a dosagem ingerida.

POTENCIAÇÃO

Todos os seres vivos são compostos de unidades básicas, chamadas de células, fundamentais para qualquer organismo, seja ele unicelular (formado por apenas uma célula) ou pluricelular (formado por mais de uma célula).

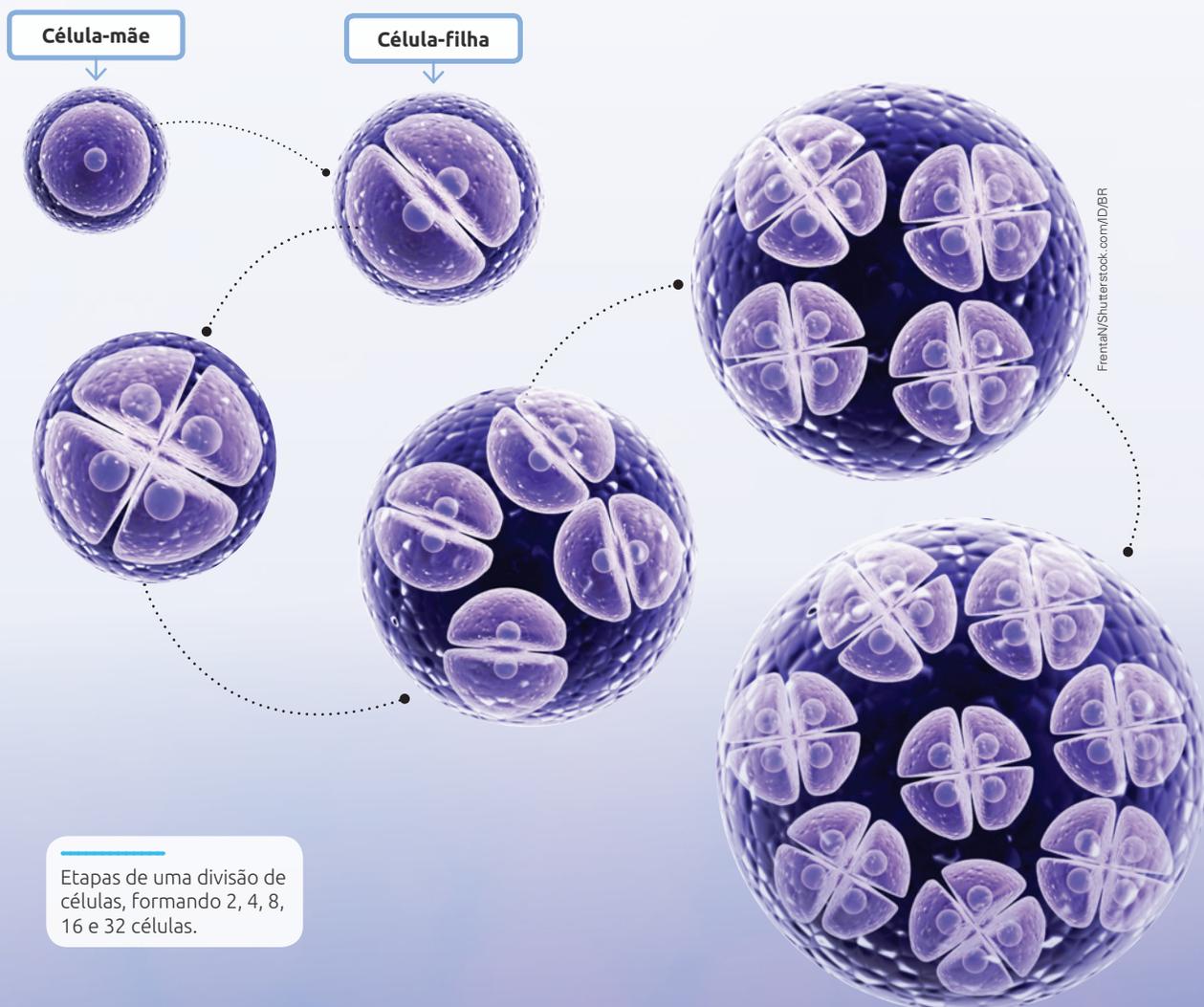
As células apresentam a capacidade de se dividir e, por meio desse mecanismo, os organismos pluricelulares crescem, repõem células mortas ou danificadas e se reproduzem.

Existem dois tipos de divisão celular: a mitose e a meiose. Nos organismos pluricelulares, a mitose é o processo de divisão celular responsável pelo crescimento do organismo e pela reposição de células mortas ou danificadas. Nesse processo, a célula-mãe se divide em duas células, dando origem às células-filhas, que são iguais à anterior.

Veja, no quadro a seguir, a relação entre a quantidade de divisões celulares por mitose e a quantidade de células formadas. Perceba que, a cada divisão celular, a quantidade de células formadas dobra.

Número de divisões celulares (mitose)	0	1	2	3	4	5	6
Células formadas	1	2	4	8	16	32	64

·2 ·2 ·2 ·2 ·2 ·2



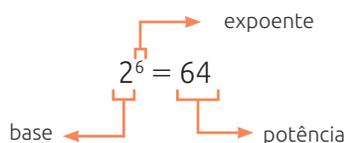
Etapas de uma divisão de células, formando 2, 4, 8, 16 e 32 células.



DEFINIÇÃO DE POTÊNCIA

A potência é uma forma resumida de representar uma multiplicação de fatores iguais, assim como a multiplicação pode ser usada para simplificar a escrita de uma adição de parcelas iguais. Desse modo, em vez de escrever $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ (seis fatores iguais), para representar as duplicações de células indicadas no quadro da página anterior, pode-se escrever 2^6 .

A expressão matemática 2^6 pode ser lida como “dois elevado à sexta potência” ou apenas “dois à sexta”. Os elementos de uma potenciação estão representados no esquema a seguir (tanto o resultado como o conjunto “base e expoente” podem ser chamados de potência).



Potência de expoente zero

Por definição, não seguindo a ideia de multiplicação de fatores iguais, as potências cuja base é um número não nulo e o expoente é zero têm resultado igual a 1. Veja os exemplos:

- $5,2^0 = 1$
- $\left(-\frac{2}{7}\right)^0 = 1$

$$a^0 = 1, \text{ com } a \neq 0$$

Potência de expoente 1

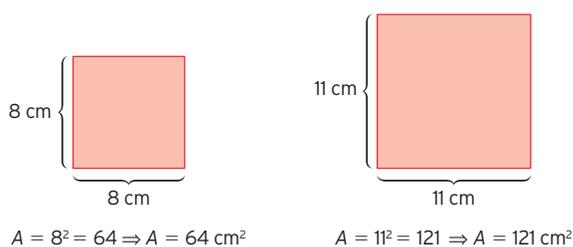
Também por definição, potências cujo expoente é igual a 1 têm resultado igual à própria base. Acompanhe os exemplos:

- $(-2,2)^1 = -2,2$
- $\left(\frac{2}{9}\right)^1 = \frac{2}{9}$

$$a^1 = a$$

Potência de expoente 2

Um caso especial de potenciação é a de expoente 2. Ela pode ser lida como “à segunda potência” ou “ao quadrado”. Essa notação está relacionada ao fato de que, para determinar a área de um quadrado de lado ℓ , multiplica-se essa medida por ela mesma, ou seja, pode-se usar a fórmula $A = \ell^2$.



Quando uma estrutura retangular está dividida em células, pode-se determinar a quantidade delas calculando o produto do número de linhas pelo número de colunas. Se essa estrutura é quadrada (ou tem quantidades iguais de linhas e colunas), os fatores desse produto são iguais, relacionando o expoente 2 à figura do quadrado.

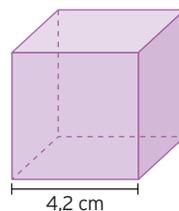


Alex.LMX/Stock/Getty Images

A quantidade de caixas em um empilhamento na forma de bloco retangular pode ser dada pelo produto da quantidade dessas caixas em cada dimensão (comprimento \times largura \times altura). Quando esses três fatores são iguais, tem-se a forma de um cubo e a relação com o expoente 3.

Potência de expoente 3

De modo semelhante, uma potência de expoente 3 pode ser lida como “à terceira” ou “ao cubo”, por estar relacionada ao cálculo do volume dessa forma geométrica, uma vez que o volume de um cubo de aresta a pode ser determinado pela fórmula $V = a^3$.



ID/BR

$$V = 4,2^3 = 74,088 \Rightarrow V = 74,088 \text{ cm}^3$$

Potência de base positiva

Toda potência de base positiva corresponde a um número positivo. Veja os exemplos:

- $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$
- $\left(\frac{10}{3}\right)^4 = \frac{10}{3} \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{10}{3} = \frac{10^4}{3^4} = \frac{10000}{81}$

Potência de base negativa

Toda potência de base negativa e expoente par resulta em um número positivo. Observe que, em casos assim, é possível compor pares de fatores negativos que, quando são multiplicados entre si, resultam em números positivos.

- $(-2)^6 = \underbrace{(-2)(-2)}_{+} \underbrace{(-2)(-2)}_{+} \underbrace{(-2)(-2)}_{+} = 64$
- $(-3,5)^4 = \underbrace{(-3,5)(-3,5)}_{+} \underbrace{(-3,5)(-3,5)}_{+} = 150,0625$

Toda potência de base racional negativa e expoente ímpar resulta em um número negativo. Nesse caso, não se pode formar pares de números nos produtos a fim de manter o resultado positivo.

- $(-6)^5 = \underbrace{(-6)(-6)}_{+} \underbrace{(-6)(-6)}_{+} (-6) = -7776$
- $(-10,1)^3 = \underbrace{(-10,1)(-10,1)}_{+} (-10,1) = -1030,301$

Potência de expoente negativo

Voltando à ideia trabalhada na abertura, ao analisar a quantidade de um medicamento disponível no corpo de um paciente, há um contexto de meia-vida biológica envolvido nessa situação.

A meia-vida é o tempo que demora para que a quantidade de remédio disponível no organismo seja metade da quantidade anterior (mantendo os períodos de meia-vida). Assim, se a meia-vida de um medicamento é de cinco horas e a dose ingerida foi de 4 mg, podem-se verificar as seguintes quantidades ao longo do tempo:



TEMPO DECORRIDO APÓS A INGESTÃO	QUANTIDADE DE MEDICAMENTO NO ORGANISMO	REPRESENTAÇÃO DO NUMERAL NA FORMA DE POTÊNCIA
0 (momento da ingestão)	4 mg	2^2
5 h	2 mg	2^1
10 h	1 mg	2^0
15 h	$0,5 \text{ mg} = \frac{1}{2} \text{ mg}$	2^{-1}
20 h	$0,25 \text{ mg} = \frac{1}{4} \text{ mg}$	2^{-2}
25 h	$0,125 \text{ mg} = \frac{1}{8} \text{ mg}$	2^{-3}

Note que a quantidade de medicamento no organismo é sempre decrescente de um fator de 2, ou seja, essa quantidade, a cada instante, é a metade da identificada no instante anterior. Quando se observa o numeral correspondente a cada quantidade, representado na forma de potência de base 2, percebe-se que o expoente decresce de uma em uma unidade, pois $4 = 2^2$, $2 = 2^1$ e $1 = 2^0$, por exemplo. Se esse padrão for mantido, têm-se as seguintes relações:

- $\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 2^{-1}$
- $\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 2^{-3}$
- $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2^{-2}$

JOVEM CIDADÃO

As **vacinas** visam estimular a produção de anticorpos para alguma doença pelo sistema imunológico, sem desencadeá-la, de modo que a pessoa vacinada possa estar protegida no futuro, caso entre em contato com o patógeno (organismo – bactéria, vírus, fungo ou protozoário) causador dela. Isso não significa, necessariamente, que ela ficará imune, mas que o organismo poderá responder melhor à doença, diminuindo sua gravidade.

- Explique o porquê de a vacinação ser importante não apenas para os indivíduos, mas também para a sociedade como um todo.
- Chama-se epidemia a ocorrência de uma doença em uma grande quantidade (acima do esperado) de indivíduos de uma região. Considere que, para certa doença de alto contágio, a cada fase de interação entre os indivíduos, a quantidade de contaminados se multiplica por cinco. Assim, a partir de um infectado, numa primeira fase de interação há cinco infectados, numa segunda fase, 25, e assim por diante. Como se pode expressar a quantidade de infectados na nona fase de interação?



oneinchpunch/Shutterstock.com/D/BR

É importante manter a caderneta de vacinação em dia, pois assim é possível prevenir doenças, proteger a comunidade, controlar epidemias, reduzir complicações associadas a certas doenças, entre outras ações.

SER SOCIAL



Igualdade de gênero

refere-se à garantia de equidade entre homens e mulheres, não apenas quanto a direitos básicos, pois esses são garantidos a todos, mas, também, nas relações de poder e de oportunidades, por exemplo. Desse modo, pode-se dizer que esse termo se relaciona com o combate às injustiças e desigualdades entre os gêneros. Essas disparidades entre os sexos estão ligadas à ideia preconceituosa de oposição entre homem e mulher.

- Relate alguma situação relacionada a esse tema que você tenha vivido ou presenciado, na escola ou fora dela (pode ser algo que tenha passado em programas televisivos, por exemplo).
- Converse com o professor e os colegas sobre como se pode combater a desigualdade de gênero.

Com base nas indicações da página anterior, pode-se apresentar que, quando se tem um expoente negativo, inverte-se a base e segue-se com o cálculo da potência com expoente positivo. De modo geral, uma potência de base negativa pode ser determinada por:

$$a^n = \left(\frac{1}{a}\right)^n, \text{ com } a \neq 0$$

Acompanhe os exemplos:

- $10^{-3} = \left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{1^3}{10^3} = \frac{1}{1000}$
- $1,2^{-1} = \left(\frac{1}{1,2}\right)^1 = \frac{1^1}{1,2^1} = \frac{1}{1,2} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{2}\right)^1 = \frac{3^1}{2^1} = \frac{3}{2}$
- $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{5^2}{4^2} = \frac{25}{16}$

Oposto ou inverso

Na nomenclatura matemática, os termos “oposto” e “inverso” têm sentido e significado bem distintos. O **oposto** de um número ocorre quando ele é multiplicado por -1 , ou seja, quando se considera seu simétrico na reta numérica). Assim, tem-se que:

- o oposto de 4 é -4 ;
- o oposto de $-0,1$ é $-(-0,1) = 0,1$.

Já o **inverso** de um número ocorre quando ele é elevado ao expoente -1 . Desse modo, tem-se que:

- o inverso de 5 é $5^{-1} = \frac{1}{5}$;
- o inverso de $\frac{2}{5}$ é $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{2}$.

PROPRIEDADES DA POTENCIAÇÃO

A seguir, serão apresentadas as propriedades da potenciação. Essas propriedades são muito importantes para a solução de situações-problema e a o cálculo de operações entre duas ou mais potências.

1ª propriedade

Para calcular um produto de potências de mesma base, mantém-se a base e adicionam-se os expoentes.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \text{ com } a \neq 0$$

Acompanhe os exemplos:

- $2^{-1} \cdot 2^{-2} = 2^{-1+(-2)} = 2^{-3}$
- $\left(\frac{4}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^2 = \left(\frac{4}{7}\right)^{4+2} = \left(\frac{4}{7}\right)^6$
- $5,1^8 \cdot 5,1^{-3} = 5,1^{8+(-3)} = 5,1^5$



A **SM** apresenta uma solução educacional completa que une recursos pedagógicos a ampla cesta de serviços, compondo um entorno cooperativo orientado para a sustentabilidade no âmbito da agenda dos **Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS)**.

- O estudante é incentivado a exercer o protagonismo e a desenvolver cidadania crítica e criativa, com base na ética do cuidado.
- O professor acessa grande variedade de propostas que asseguram flexibilidade à condução dos processos de ensino e aprendizagem.
- Estratégias pedagógicas assertivas e coerentes, que incluem oferta digital completamente alinhada com o desenvolvimento de conteúdos significativos, favorecem a aquisição de competências e habilidades.

TECNOLOGIA EDUCACIONAL como ferramenta de aprendizagem e gestão

Todo o conteúdo, potencializado por recursos variados, pode ser acessado na plataforma **SM Aprendizagem**, a qualquer tempo e em qualquer lugar, usando um dispositivo pessoal.

- Recursos digitais de diferentes tipos (galerias de imagens, áudios, vídeos, animações, infográficos) ilustram o conteúdo de forma dinâmica, favorecendo a compreensão e o aprofundamento dos conceitos.
- Diferentes propostas de atividades interativas ampliam as oportunidades de reforço da aprendizagem e funcionam como trilhas avaliativas.
- Canais de comunicação possibilitam o contato permanente entre professores e estudantes, facilitando o envio de atividades personalizadas.
- O portfólio digital permite o acompanhamento da evolução do aprendizado de cada estudante, com autoavaliação dos objetivos pretendidos.



login.smapprendizagem.com

2 2 2 7 3 4

ISBN 978-85-418-3333-2



9

788541

833332

