

ec@os

7

ENSINO
FUNDAMENTAL
ANOS FINAIS



MATEMÁTICA

1

2

3



ec@os

7

**ENSINO
FUNDAMENTAL
ANOS FINAIS**

MATEMÁTICA

Obra coletiva concebida e desenvolvida por SM Educação.

1ª edição, 2025



Ecossistema Matemática 7
© SM Educação
Todos os direitos reservados

Direção editorial	André Monteiro
Gerência editorial	Fernando Almeida
Elaboração de conteúdos	Carlos N. C. de Oliveira, Felipe Fugita (base editorial); Rafael Zattoni, Thomas Dall'Acqua Carvalho Viver Matemática
Coordenação editorial	Fábio Silva, Magali Prado Supervisão de conteúdo: Carmela Ferrante, Lilian Morato de Carvalho Edição: Viver Matemática Assistência editorial: Maria Cecília Dal Bem Revisão: Ana Cristina Garcia Suporte editorial: Camila Alves Batista, Fernanda de Araújo Fortunato
Coordenação de design	Gilciane Munhoz Design: Camila Noriko Ueki, Lissa Sakajiri
Coordenação de arte	Melissa Steiner Edição de arte: Mayra França Assistência de produção: Leslie Morais
Coordenação de iconografia	Josiane Laurentino Pesquisa iconográfica: Camila D'Angelo, Juliana Hernandez, Junior Rozzo, Karina Tengan Tratamento de imagem: Marcelo Casaro, Robson Mereu
Capa	APIS Design Fotografia da capa: Mariia Vitkovska/Getty Images, FG Trade/Getty Images, Portra/Getty Images
Projeto gráfico	APIS Design
Editoração eletrônica	Setup Bureau
Pré-impressão	Américo Jesus
Fabricação	Alexander Maeda
Impressão	

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Ecossistema de Ensino : matemática : 7º ano :
ensino fundamental : anos finais / obra coletiva
concebida e desenvolvida por SM Educação. --
1. ed. -- São Paulo : Edições SM, 2025. --
(Ecossistema de Ensino)

ISBN 978-85-418-3345-5 (aluno)
ISBN 978-85-418-3303-5 (professor)

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Série.

24-227116

CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

1ª edição, 2025



SM Educação
Avenida Paulista, 1842 – 18º andar, cj. 185, 186 e 187 – Condomínio Cetenco Plaza
Bela Vista 01310-945 São Paulo SP Brasil
Tel. 11 2111-7400
atendimento@grupo-sm.com
www.grupo-sm.com/br

ANTES DE MAIS NADA...

A escola está inserida em um mundo complexo e que se transforma rapidamente. Na jornada do Ensino Fundamental Anos Finais, é importante que o conhecimento adquirido ao longo do tempo seja consolidado e aprofundado. Espera-se que cada estudante amplie sua visão de mundo e se torne um cidadão crítico e participativo na sociedade. Este é um desafio e tanto!

Esta solução didática foi elaborada abarcando os diversos componentes curriculares com rigor conceitual, contextualização, atualização e recursos que favorecem o processo de ensino-aprendizagem. Além disso, ela trabalha os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) propostos pela Organização das Nações Unidas (ONU) em busca da cidadania global, fundamental para que o estudante adquira conhecimentos e desenvolva habilidades que o façam se sentir parte integrante da sociedade, ampliando seu papel protagonista. Para completar, projetos de pesquisa anuais trabalham temas transversais que integram diferentes componentes curriculares.

Pretende-se, assim, contribuir para que o cotidiano escolar seja estimulante e enriquecedor, possibilitando a superação de todos os desafios.

Que esta jornada seja muito feliz!

ABERTURA DO MÓDULO

O conteúdo deste componente curricular está distribuído por nove módulos, que reúnem os objetos de conhecimento a serem desenvolvidos no ano. Cada módulo é composto por dois tópicos relacionados.

Um pequeno texto introduz o assunto a ser trabalhado no módulo.



A trilha apresenta os objetivos pedagógicos e serve como orientação de estudo.

A imagem de abertura do módulo desperta a curiosidade para o que será estudado.

O QUE VOCÊ SABE sobre a importância de ser possível expressar centavos de real? Você já usou moedas para realizar uma compra?

O QUE VOCÊ ACHA da atual maneira de lidar com dinheiro? As pessoas costumam ter cédulas e moedas para fazer pagamento?

O sistema monetário brasileiro já foi muito diferente, até mesmo para uma atual moeda oficial, introduzida em 1994. Até o ano de 2000, a única moeda em circulação era a moeda de 1 centavo (R\$ 0,01). Em 2000, as cédulas de 1 real (R\$ 1,00), que correspondem a 100 centavos, também passaram a ser utilizadas. E, em 2002, as cédulas de 200 reais (R\$ 200,00) começaram a ser fabricadas.

NESTE MÓDULO

52 NÚMEROS RACIONAIS

- 83 Conjunto dos números racionais (\mathbb{Q})
- 81 **Texto em foco** - A história do Real
- 62 **Diálogo técnico** - Do escambo ao Pix
- 63 **Problema seu** - Reta numérica e proximidades
- 64 **Atividade**

70 ANÁLISE NUMÉRICA E OPERAÇÕES

- 71 **Matemática integrada** - Moedas sociais
- 72 Adição e subtração de números racionais
- 73 Multiplicação e divisão de números racionais na calculadora
- 77 Potenciação
- 78 **Mão na massa** - Multiplicação e divisão de racionais
- 79 **Atividade financeira** - Cuidado com as letras miúdas!
- 81 Expressões numéricas envolvendo números racionais
- 82 **Matemática integrada** - Organogramas
- 84 **Problema seu** - Para colocar em prática
- 85 **Atividade**
- 84 **Estado dirigido**
- 83 **Cidadão do mundo** - As potências e a sustentabilidade mundial
- 85 **Em síntese**

O sumário lista os tópicos desenvolvidos no módulo e facilita sua localização.

A questão iniciada com "O que você sabe" ajuda a resgatar conhecimentos anteriores.

A questão iniciada com "O que você acha" propõe a formulação de uma hipótese.

DESENVOLVIMENTO DO CONTEÚDO

O assunto é desenvolvido por meio de portadores textuais variados, muitas imagens e contextualização permanente. Inclui ainda várias seções com propostas de atividades diversificadas.

TEXTO EM FOCO

COMO CONSERVAR ALIMENTOS

Alimentos em deterioração e podem causar sérias doenças e até a morte. É preciso tomar cuidado com a conservação dos alimentos para evitar a deterioração e a contaminação por fungos, bactérias e vírus, além de evitar a contaminação por insetos e outros animais. A conservação dos alimentos deve ser feita de acordo com o tipo de alimento e o ambiente em que ele será armazenado. Existem algumas técnicas para conservar alimentos, como a refrigeração, a congelamento, a desidratação e a salgação. Cada técnica tem suas vantagens e desvantagens, e é importante escolher a mais adequada para cada tipo de alimento.

Uma das formas de conservar alimentos é a refrigeração. Nesse processo, os alimentos são armazenados em um ambiente com temperatura baixa, o que retarda o crescimento de microrganismos e a deterioração dos alimentos. A refrigeração pode ser feita em geladeiras domésticas ou em câmaras frigoríficas comerciais. É importante manter a temperatura constante e evitar a abertura frequente da porta da geladeira para evitar a entrada de ar quente e a contaminação dos alimentos.

Outra forma de conservar alimentos é a congelamento. Nesse processo, os alimentos são armazenados em um ambiente com temperatura muito baixa, o que retarda o crescimento de microrganismos e a deterioração dos alimentos. O congelamento pode ser feito em geladeiras domésticas ou em câmaras frigoríficas comerciais. É importante manter a temperatura constante e evitar a abertura frequente da porta da geladeira para evitar a entrada de ar quente e a contaminação dos alimentos.

Outra forma de conservar alimentos é a desidratação. Nesse processo, os alimentos são armazenados em um ambiente com baixa umidade, o que retarda o crescimento de microrganismos e a deterioração dos alimentos. A desidratação pode ser feita por meio de estufas de desidratação ou por métodos tradicionais, como a salgação e a secagem ao sol. É importante manter a temperatura constante e evitar a contaminação dos alimentos.

Outra forma de conservar alimentos é a salgação. Nesse processo, os alimentos são armazenados em um ambiente com alta concentração de sal, o que retarda o crescimento de microrganismos e a deterioração dos alimentos. A salgação pode ser feita por meio de salmouras ou por métodos tradicionais, como a salgação em sal. É importante manter a temperatura constante e evitar a contaminação dos alimentos.

ATIVIDADES

- Por que você acha que alimentos como legumes e molhos devem ficar na parte de cima da geladeira?
- Depois de pedir uma pizza para a jantar e voltar, você acha que deve ser armazenada por ser consumida no seguinte dia?

TEXTO EM FOCO

Leitura e interpretação de textos relacionados ao assunto do módulo, com aprofundamento no gênero e na linguagem; inclui atividades de compreensão e de interpretação.

MÃO NA MASSA

NOSSA PESQUISA

Até hoje, vemos como controlar alguns tipos de grãos e como plantar uma planta de maneira adequada e com cuidado. Isso acontece com a conservação dos alimentos, mas também com a produção de alimentos. A produção de alimentos é um processo complexo que envolve a escolha das sementes, o plantio, o cuidado com as plantas e a colheita. Cada etapa tem suas particularidades e é importante seguir as orientações corretas para garantir a qualidade dos alimentos produzidos.

Um dos aspectos importantes da produção de alimentos é a escolha das sementes. As sementes devem ser selecionadas com cuidado, preferindo aquelas que são saudáveis e livres de pragas e doenças. Além disso, é importante escolher sementes adaptadas ao clima e ao solo da região onde serão produzidas.

Outro aspecto importante é o plantio. O plantio deve ser feito de acordo com as orientações do produtor ou do técnico agrícola. É importante respeitar a distância entre as plantas e a profundidade do solo onde serão plantadas.

Após o plantio, é necessário cuidar das plantas com atenção. Isso inclui regar as plantas regularmente, adubar o solo e controlar pragas e doenças. É importante observar as plantas com frequência e agir rapidamente em caso de problemas.

Por fim, a colheita deve ser feita no momento adequado. A colheita precoce pode resultar em alimentos com menor qualidade nutricional, enquanto a colheita tardia pode resultar em alimentos com menor rendimento.

ATIVIDADES

- Apresente um relatório sobre a pesquisa que você realizou. Ele deve ter o propósito da tarefa realizada e a descrição da produção de alimentos de acordo com o gênero de texto solicitado. As atividades são descritas no texto e devem ser realizadas com o material fornecido.
- Elaborem um tipo de gráfico mostrando os alimentos que você produzirá. Não se esqueça de incluir a medida adequada de alguns dos ingredientes que você utilizará. Caso afirmativo, elaborem as receitas.

MÃO NA MASSA

Atividades operatórias individuais ou em grupo com a finalidade de se elaborar algo concreto (cartaz, relatório, apresentação, maquete, exposição).

DIMENSÃO TECNO

DO ESCAMBO AO PIX

Em tempos mais antigos, quando ainda não havia dinheiro em circulação, as pessoas trocavam mercadorias e serviços. A primeira moeda que surgiu foi o gado, e depois o ouro e a prata. Com o tempo, surgiram as moedas de metal e depois as moedas de papel. Hoje, com a tecnologia, surgiram as moedas digitais. As moedas digitais são criadas por meio de computadores e são armazenadas em dispositivos eletrônicos. Elas são usadas para comprar e vender mercadorias e serviços de forma semelhante às moedas físicas.

Uma das vantagens das moedas digitais é a facilidade de uso. Elas podem ser usadas em qualquer lugar onde há acesso à internet. Além disso, elas são mais seguras do que as moedas físicas, pois não podem ser falsificadas. No entanto, também existem algumas desvantagens, como a necessidade de um dispositivo eletrônico para armazená-las e a possibilidade de serem hackeadas.

Atualmente, existem várias moedas digitais em circulação, como o Bitcoin, o Ethereum e o Litecoin. Cada uma delas tem suas características e é usada para diferentes propósitos. É importante entender como elas funcionam e os riscos envolvidos no uso delas.

ATIVIDADES

- Que método de pagamento você costuma usar em suas compras?
- Você acha que o Pix é melhor do que outras formas de pagamento? Por quê?

DIMENSÃO TECNO

Discussão sobre a importância dos avanços tecnológicos para a vida em sociedade, em conexão com o conteúdo trabalhado no módulo, acompanhada de propostas de atividades.

OLHAR AMPLIADO

AS MULHERES E A MATEMÁTICA

Em 1977, foi criada a primeira edição do Brasil. Foi criada para discutir a situação das mulheres e a importância da matemática para a sociedade. A matemática é uma ferramenta essencial para a compreensão do mundo e para a resolução de problemas. Ela é usada em diversas áreas, como a física, a química, a engenharia e a economia. Além disso, a matemática é fundamental para o desenvolvimento de tecnologias e para a tomada de decisões baseadas em dados.

Historicamente, as mulheres enfrentaram muitas dificuldades para serem reconhecidas como matemáticas. No entanto, muitas mulheres contribuíram significativamente para o avanço da matemática e para a sociedade. Algumas das mulheres mais conhecidas são a matemática chinesa Suifão, a matemática árabe Al-Khwarizmi e a matemática americana Sofia Kovalevskaya.

Hoje em dia, as mulheres estão cada vez mais presentes no mundo da matemática e da tecnologia. É importante continuar incentivando as mulheres a estudar matemática e a buscar oportunidades de carreira nessa área.

ATIVIDADES

- Como você se sente, respondendo a seguinte pergunta?
- De que forma o progresso científico e tecnológico está relacionado com a educação da base?

OLHAR AMPLIADO

Rotina de desenvolvimento de conteúdo previamente trabalhado pelos estudantes, com grupos de discussão, sistematização do aprendizado e propostas de atividades de consolidação.

MULTIPROJETO

ARTE DOS POVOS ORIGINAIS

A arte dos povos originais é uma expressão cultural rica e diversificada. Ela reflete a história, os valores e a identidade desses povos. Cada povo possui suas próprias formas de arte, que podem ser encontradas em pinturas, esculturas, tecidos e objetos cotidianos. A arte dos povos originais é uma forma de resistência e de afirmação da cultura e da identidade desses povos.

Um dos aspectos importantes da arte dos povos originais é a conexão com a natureza. Muitos povos originais possuem uma visão de mundo que vê a natureza como parte integrante da vida humana. Isso se reflete em suas obras de arte, que muitas vezes retratam a natureza e os elementos da vida cotidiana.

Além disso, a arte dos povos originais é uma forma de transmissão de conhecimentos e valores. Muitas obras de arte contêm mensagens importantes sobre a história e a cultura dos povos.

ATIVIDADES

- 1.1 A etnohistoriografia busca recuperar a história dos povos indígenas, levando em consideração a origem, o contexto, a cultura e a identidade desses povos. Ela é baseada em fontes históricas, como documentos, pinturas e objetos arqueológicos.
- 1.2 A etnohistoriografia também busca recuperar a história dos povos indígenas, levando em consideração a origem, o contexto, a cultura e a identidade desses povos. Ela é baseada em fontes históricas, como documentos, pinturas e objetos arqueológicos.

MULTIPROJETO

Atividade em grupo que exercita a metodologia de pesquisa sobre tema transversal, em conexão com outros componentes curriculares; envolve elaboração de relatório e apresentação de resultados.

CIDADÃO DO MUNDO

ANTÁRTICA E AS MUDANÇAS CLIMÁTICAS

A Antártica é o continente mais frio e desabitado do mundo. Ela é coberta por uma camada de gelo que contém grandes reservas de água doce. A Antártica desempenha um papel importante no equilíbrio climático da Terra e na regulação do nível do mar. No entanto, a Antártica está sendo afetada pelas mudanças climáticas, com o derretimento acelerado do gelo e a liberação de gases de efeito estufa.

As mudanças climáticas na Antártica estão causando impactos significativos na vida marinha e na biodiversidade. Muitas espécies de animais estão sendo afetadas pela perda de habitat e pela redução da disponibilidade de alimentos. Além disso, o derretimento do gelo está contribuindo para o aumento do nível do mar, o que pode afetar as comunidades costeiras em todo o mundo.

É importante que todos nós tomemos medidas para reduzir as mudanças climáticas e proteger a Antártica e o planeta como um todo. Isso pode ser feito por meio de ações simples, como economizar energia e usar produtos sustentáveis.

ATIVIDADES

- 1.1 O cidadão do mundo é aquele que possui uma visão global e que se preocupa com os problemas do mundo inteiro. Ele é capaz de entender e agir em prol da humanidade e do planeta como um todo.
- 1.2 O cidadão do mundo também é aquele que possui uma visão crítica e que se preocupa com os problemas do mundo inteiro. Ele é capaz de analisar e avaliar as situações do mundo e tomar decisões baseadas em evidências e valores éticos.

CIDADÃO DO MUNDO

Contexto e atividades associados com um dos 17 Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS); inclui elaboração de propostas de intervenção na realidade relacionadas com a situação apresentada.

BOXES

Apresentam informações que complementam e ilustram o assunto em estudo.

Alguns, quando uma demonstração é entre números racionais expressos de modos diferentes (fração e número decimal), deve-se analisar a necessidade de escrever os dois números do mesmo modo, pois, dependendo dos sinais desses números ou de sua relação com o zero, isso pode não ser necessário, como em $-0,38 = -\frac{38}{100}$ e $-\frac{3}{2} = -0,2$. Lembre-se que se sabe que é necessário escrever esses números do mesmo modo, a próxima etapa é decidir se melhor escrever os dois na forma de Fração ou na forma decimal.

Por exemplo, ao comparar $-\frac{19}{20}$ e $1,76$, pode-se optar por representar a segunda número em forma de Fração e, então, buscar escrever as duas Frações sob o mesmo denominador:

$$-\frac{19}{20} = -\frac{19 \cdot 5}{20 \cdot 5} = -\frac{95}{100}$$

Como MMC(20; 50) = 100, reescrevem-se as Frações como:

$$-\frac{19}{20} = -\frac{95}{100} \quad \text{e} \quad 1,76 = \frac{176}{100}$$

Assim, como $-95 < 176$, tem-se:

$$-\frac{95}{100} < \frac{176}{100} \Rightarrow -0,95 < 1,76 \Rightarrow -1,78 < -1,76$$

Atividade 11 por 7, adição de quociente 2, 14 e resto 0,02. Para verificar se essa divisão está correta, é possível organizar os termos da divisão de outra maneira, considerando a **relação fundamental da divisão**:

dividendo = quociente · divisor + resto

Desse modo, tem-se:

$$\frac{\text{dividendo}}{15} = \frac{\text{quociente}}{1} \cdot \frac{\text{divisor}}{15} + \frac{\text{resto}}{15}$$

Essa relação é válida também para cálculos envolvendo números negativos. Assim, ao dividir 35,2 por (-1,0), obtém-se o quociente igual a -16,2 e o resto igual a zero. Esse resultado pode ser conferido por:

$$35,2 = -16,2 \cdot (-1,0) + 0$$

Ao dividir -843,58 por 6, Luiz obtave quociente = -140,59 e resto = -0,04. Assim, ele pode conferir essa divisão fazendo:

$$-843,58 = 6 \cdot (-140,59) + -0,04$$

SER SOCIAL

Não é novidade de recursos naturais a serem públicos sempre usa dois de formas reconhecidas e empregadas em todos os seus aspectos. São eles: energia elétrica e energia nuclear de energia elétrica, além do consumo de papel, copias plásticas e outros materiais de engenharia.

Estação aquecedora que o consumo dos recursos naturais já existe em parte a capacidade do planeta de se regenerar, se mantiver o ritmo atual, mesmo se o crescimento populacional, em termos de ser proporcionado de modo que o planeta possa suportar esse ritmo.

Se o crescimento da população for muito rápido, mesmo se o crescimento populacional, em termos de ser proporcionado de modo que o planeta possa suportar esse ritmo.

Em sua opinião, o que você acha de fazer isso recursos naturais é renovável?

Qualquer medida que sempre é possível melhorar e o que mais você poderia fazer para potencializar a forma racional como você usa os recursos do planeta?

POTENCIAÇÃO

A potenciação com números naturais ou racionais ocorre de modo semelhante ao que ocorre com os números naturais, de modo que se tem $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, para $a \neq 0$. Para outros expoentes naturais, pode-se considerar a multiplicação da base da mesma forma a quantidade de vezes que aparece no expoente. Assim, para -2 elevado ao cubo, obtém-se a seguinte expressão:

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

Note que, como são três fatores negativos, o resultado (potência) também é negativo. No caso de se elevar o mesmo número (-2) à quarta potência, o resultado se torna positivo:

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$$

Nesse caso, é importante verificar que é possível formar pares de multiplicação com números negativos, o que implica uma multiplicação de números positivos. Acompanhe no esquema a seguir:

$$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4 \quad (-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

De modo geral, todo número inteiro elevado a um expoente par resulta em um resultado positivo. No entanto, se houver base negativa e expoente ímpar, o resultado será negativo. Para bases racionais, pode-se aplicar o mesmo processo:

- $0,3^2 = 0,3 \cdot 0,3 = 0,09$
- $(-1,2)^3 = (-1,2) \cdot (-1,2) \cdot (-1,2) = -1,728$
- $(-5,2)^4 = (-5,2) \cdot (-5,2) \cdot (-5,2) \cdot (-5,2) = 731,1616$

Pode-se pensar no sinal do produto antes de começar a resolver a potência. Vale:

- $(-)^2 = (+)$, $(-)^3 = (-)$, $(-)^4 = (+)$, $(-)^5 = (-)$, $(-)^6 = (+)$, $(-)^7 = (-)$, $(-)^8 = (+)$, $(-)^9 = (-)$, $(-)^{10} = (+)$, $(-)^{11} = (-)$, $(-)^{12} = (+)$

DEFINIÇÃO

Destaca conceitos importantes para o aprendizado.

MAIS!

Apresenta informação complementar, curiosidade ou reforço conceitual.

MULTIMÍDIA

Sugere livros, sites, filmes e visitas reais e virtuais que ilustram e aprofundam o conteúdo.

PENSE NISSO E RESPONDA

Traz uma atividade rápida que auxilia a progressão do conteúdo.

DICIONÁRIO

Apresenta o significado de palavras complexas destacadas no texto.

SER SOCIAL

Mostra informação contextualizada sobre aspectos da vida em sociedade,

acompanhada de solicitação de posicionamento pessoal que leva à reflexão sobre a participação contributiva do estudante.

JOVEM CIDADÃO

Apresenta situação associada com um dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) da Organização das Nações Unidas (ONU) e propõe interpretação analítica e reflexiva do fato.

AÇÕES COGNITIVAS

Cognição é a forma pela qual o pensamento se organiza na organização de determinadas ações. Cada atividade proposta exige uma ação cognitiva específica do estudante, que é sinalizada por um ícone.

-  **LEMBRAR** Recordar fatos e conceitos relacionados com determinada situação.
-  **COMPREENDER** Entender e explicar uma situação com base em experiências anteriores.
-  **APLICAR** Usar o que se aprendeu para resolver uma situação nova.
-  **ANALISAR** Entender uma situação por meio do exame de seus diferentes aspectos.
-  **AVALIAR** Julgar uma situação adotando certo critério.
-  **CRIAR** Propor solução nova e coerente para uma situação.

OBJETIVOS DE DESENVOLVIMENTO SUSTENTÁVEL (ODS)

São 17 metas de natureza econômica, social e ambiental definidas pela Organização das Nações Unidas (ONU) como forma de reduzir desigualdades e assegurar um futuro para o planeta. Em cada módulo, um ODS relacionado com o assunto é trabalhado no boxe “Jovem cidadão” e na seção “Cidadão do mundo”, permitindo que o estudante contribua com ideias e propostas para a melhoria das condições de vida em sociedade, desenvolvendo cidadania crítica, criativa e atuante.



LIVRO DIGITAL

A versão digital deste volume pode ser acessada por meio da plataforma SM Aprendizagem usando um dispositivo pessoal, o que possibilita a leitura e o estudo com portabilidade. Conteúdos exclusivos, como recursos multimídia (galerias de imagens, áudios, vídeos, animações, infográficos) e atividades interativas reforçam e aprofundam os conhecimentos. Ferramentas variadas fundamentam pedagogicamente a coleção, armazenam informações úteis sobre o uso do material didático pelo estudante e orientam-no sobre a melhor forma de navegar pelos recursos disponíveis.





FRONTEIRAS NUMÉRICAS

OS NÚMEROS têm um papel fundamental na evolução humana. Quando faltam números ou expressões matemáticas para descrever o mundo como um todo, não é possível compreendê-lo da maneira correta e de forma plena. O que pode parecer coincidência para olhos não treinados, matematicamente, podem ser regularidades numéricas, como as aplicações de múltiplos e divisores de um número. Aqui serão exploradas situações que rompem as fronteiras anteriores dos números.

MÓDULO

1

NOSSOS

OBJETIVOS

Identificar e determinar múltiplos e divisores de um número

Aplicar o conhecimento sobre múltiplos e divisores para fazer inferências

Representar adequadamente números inteiros

Resolver situações-problema ligadas aos números inteiros

Reconhecer aplicações para múltiplos e divisores de um número

Conhecer contextos nos quais os números negativos são aplicados

Efetuar cálculos com números inteiros



O QUE VOCÊ SABE sobre a dúzia e as vantagens de agrupar elementos dessa forma?

O QUE VOCÊ ACHA de outras formas de agrupamentos?



NESTE MÓDULO

4

MÚLTIPLOS E DIVISORES

- 5 Múltiplos de um número natural
- 5 Divisores de um número natural
- 8 **Dimensão tecno** • Algoritmos para múltiplos e divisores
- 10 **Mão na massa** • Um programa para divisores
- 12 Mínimo múltiplo comum (MMC)
- 13 Máximo divisor comum (MDC)
- 16 **Problema seu!** • Números pares e divisibilidade
- 17 **Ativação**

23

OS NÚMEROS NEGATIVOS

- 25 O conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z})
- 28 **Texto em foco** • Como conservar alimentos
- 29 Operações com números inteiros
- 32 **Atividade financeira** • A necessidade dos números negativos
- 33 **Matemática integrada** • Segurança digital
- 36 **Problema seu!** • Atenção às regras
- 37 **Ativação**

- 43 **Estudo dirigido**
- 45 **Cidadão do mundo** • Antártica e as mudanças climáticas
- 47 **Em síntese**

Alena_Koz/Shutterstock.com/DJBR

No Brasil, assim como em várias outras partes do mundo, a dúzia é uma forma de agrupamento bastante comum.

MÚLTIPLOS E DIVISORES

Em festas ou restaurantes, é muito comum que os convidados sejam distribuídos entre mesas. Ao tentar adotar um padrão para a quantidade de pessoas por mesa, deve-se identificar o total de convidados e verificar se a quantidade de mesas é suficiente para acomodar todos eles. Na imagem do final da página, as mesas foram pensadas para abrigar grupos de oito pessoas.

Se, para essa festa, forem convidadas quatrocentas pessoas, serão necessárias, no mínimo, 50 mesas como as da imagem, com cadeiras para oito pessoas em cada uma. Isso pois $400 : 8 = 50$. Se as mesas fossem organizadas com seis cadeiras cada, essa divisão não seria exata, sendo necessário aproximar “para cima” a quantidade de mesas, de modo que fosse garantida a acomodação de todas as pessoas.

Na divisão $400 : 6$, o resultado (quociente) é 66 e o resto é igual a 4, pois $66 \cdot 6 + 4 = 400$. Portanto, nessa distribuição, seriam necessárias, no mínimo, 67 mesas para 400 pessoas, sendo que 66 delas ficariam completas e uma delas ficaria com apenas quatro pessoas. Isso vem do fato de 8 ser um **divisor** de 400, mas 6 não. De outro modo, pode-se dizer que 400 é **múltiplo** de 8, mas não é múltiplo de 6. ★

★ **PENSE NISSO E RESPONDA:** De acordo com esse exemplo, quais são os possíveis restos de uma divisão por 8? E de uma divisão por 6?

Um número natural (a) é **múltiplo** de outro número natural (b) diferente de zero, quando a é **divisível** por b , ou seja, quando a divisão ($a : b$) é exata (tem resto zero).

Usando a relação inversa, pode-se dizer que, nesse caso, b é um **divisor** de a . Em resumo: a é múltiplo de (ou divisível por) b quando b é divisor de a .

É importante lembrar do algoritmo da divisão pelo método da chave, segundo o qual as divisões anteriores podem ser organizadas como:

Dividendo		Divisor
Resto		Quociente

Acompanhe como ficam os exemplos citados anteriormente:

$$\begin{array}{r} 400 \quad | \quad 8 \\ 0 \quad 50 \end{array}$$

Na divisão de 400 por 8 tem-se quociente 50 e resto zero, ou seja, 400 é múltiplo de (ou divisível por) 8 ou 8 é divisor de 400.

$$\begin{array}{r} 400 \quad | \quad 6 \\ 4 \quad 66 \end{array}$$

Na divisão de 400 por 6 tem-se quociente 66 e resto 4, ou seja, 400 não é múltiplo de (ou não é divisível por) 6 ou 6 não é divisor de 400.

Em reportagem, a Associação Brasileira dos Promotores de Eventos (Abrape) citou que, apenas no ano de 2022, festas e eventos movimentaram mais de 86 bilhões de reais.



MÚLTIPLOS DE UM NÚMERO NATURAL

Os múltiplos de um número natural são os números obtidos ao multiplicá-lo por cada um dos números da sequência do conjunto dos números naturais. Assim, os múltiplos de 9 são: $0 \cdot 9 = 0$, $1 \cdot 9 = 9$, $2 \cdot 9 = 18$, $3 \cdot 9 = 27$, $4 \cdot 9 = 36$, $5 \cdot 9 = 45$, ...

Note que 99, por exemplo, também é um múltiplo de 9 (apesar de não ter aparecido nessa listagem), uma vez que $11 \cdot 9 = 99$. Os múltiplos de nove podem ser representados pela seguinte sentença: $M(9) = \{0; 9; 18; 27; 36; 45; \dots\}$

O conjunto de múltiplos de todo número natural é infinito. Além disso, tem-se que:

- todo número natural é múltiplo de si mesmo, pois 1 é elemento neutro da multiplicação, ou seja, $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$.
- o número zero é múltiplo de todo e qualquer número natural, pois $0 \cdot a = a \cdot 0 = 0$.

Usando as relações citadas anteriormente, pode-se responder às seguintes perguntas:

- 300 é múltiplo de 10? Sim, uma vez que $30 \cdot 10 = 300$.
- 69 é múltiplo de 13? Não, uma vez que não há número natural que, multiplicado por 13, resulte em 69.

DIVISORES DE UM NÚMERO NATURAL

Para realizar uma gincana, a professora Lúcia vai organizar 15 estudantes em grupos. Sabendo que cada grupo deve ter a mesma quantidade de integrantes e que não podem sobrar estudantes, como os grupos podem ser formados?

Para responder, é possível pensar em quantidades de grupos e em quantos estudantes ficariam em cada grupo.

- 1 grupo \rightarrow 15 estudantes por grupo.
- 3 grupos \rightarrow 5 estudantes por grupo.
- 4 grupos \rightarrow Não é possível sem sobrar estudantes.
- 5 grupos \rightarrow 3 estudantes por grupo.
- 15 grupos \rightarrow 1 estudante por grupo.

Assim como não é possível formar quatro grupos com quantidades iguais de estudantes, não podem ser formados grupos de quatro estudantes.



João Pícoli/ID/BR

Do que foi visto, uma divisão só é possível se o dividendo for um múltiplo do divisor. Portanto, como 15 não é um múltiplo de 4, 4 não é um divisor de 15 e a divisão dos 15 estudantes em quatro grupos com iguais quantidades de estudantes não pode ser feita.

Assim, dependendo da quantidade de estudantes em cada grupo, poderão ser formados 1, 3, 5 ou 15 grupos. É fato que os números 1, 3, 5 e 15 são os únicos divisores naturais de 15. Para qualquer outro número, obtém-se uma divisão não exata do número 15. O conjunto dos divisores de 15 pode ser representado da seguinte maneira: $D(15) = \{1; 3; 5; 15\}$.

Sobre os divisores dos números naturais, sabe-se que:

- o número zero não é divisor de nenhum número natural (não é possível dividir por zero);
- todo número natural tem o número 1 como divisor (todo número dividido por 1 é igual a si próprio);
- todo número natural diferente de zero é divisor de si mesmo;
- o conjunto dos divisores de um número natural é sempre finito.

Determinação dos divisores de um número natural

Do que foi visto anteriormente, dados os números naturais a , b e c , com b e c diferentes de zero, se $a : b = c$, conclui-se que b e c são divisores de a . Disso também se pode escrever que $a = b \cdot c$. Desse modo, b e c também são **fatores** de a .

Lembre-se de que fatores são os termos de uma multiplicação.



João Picoli/DJBR

Existem diferentes procedimentos para determinar todos os divisores de um número, ou seja, todos os possíveis fatores ao escrever esse número na forma de uma multiplicação. O modo que será explorado aqui ocorre a partir da decomposição do número em **fatores primos**.

Para decompor um número em fatores primos, pode-se traçar uma linha vertical à direita dele e efetuar divisões sucessivas desse número por números primos, sempre do menor para o maior. Acompanhe a decomposição do número 40 e a posterior determinação de todos os seus divisores.

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Assim, conclui-se que $40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5$. Então, por meio das diferentes combinações desses fatores, pode-se determinar os divisores diferentes de 1, 2 e 5. Acompanhe: $2 \cdot 2 = 4$, $2 \cdot 5 = 10$, $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$, $2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 40$.

Portanto, o número 40 tem oito divisores: $D(40) = \{1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 40\}$

Um fato interessante sobre os divisores de um número é que apenas os **números quadrados perfeitos**, como 1, 4, 9, 16, 25, 36, ... têm uma quantidade ímpar de divisores. Para todos os outros números, a quantidade de divisores é par. Isso ocorre pois, quando se organizam os múltiplos de um número, em ordem crescente, o produto dos extremos e dos **equidistantes** a eles é igual ao número original (esse fato pode auxiliar a determinação dos divisores de um número por processo de "tentativa e erro"). Veja para os divisores de 40:

$$D(40) = \{1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 40\}$$

Já os quadrados perfeitos podem ser escritos como um produto de fatores iguais ($a \cdot a = a^2$). Acompanhe para o 36:

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

O número $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$ tem como divisores, além do 1, do 2 e do 3, os números que resultam das combinações desses fatores. Portanto, são nove os divisores de 36, de modo que:

$$6 \cdot 6 = 6^2 = 36$$

$$D(36) = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$$

MAIS!

Os **números primos** são os naturais que têm exatamente dois divisores distintos (o número 1 e ele mesmo). Os números primos menores que 100 são: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 e 97. Números que têm mais de dois divisores são chamados de **números compostos**. Todo número composto pode ser escrito como um produto de fatores primos.

Equidistante • que está à mesma distância.

MULTIMÍDIA

Pode-se usar o programa disponível no [link](http://linkte.me/z459y) <http://linkte.me/z459y> (acesso em: 8 jul. 2024) para identificar se um número é primo ou não.



Quantidade de divisores de um número natural

A quantidade de divisores de um número natural pode ser obtida ao multiplicar os sucessores de cada um dos expoentes da decomposição do número em fatores primos. Dessa maneira, como $18 = 2 \cdot 3^2 = 2^1 \cdot 3^2$, a quantidade de divisores de 18 pode ser determinada pelo produto:

$$(1 + 1) \cdot (2 + 1) = 2 \cdot 3 = 6$$

Portanto, o número 18 tem seis divisores.

Para o número $720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^1$, a quantidade de divisores pode ser obtida pela expressão:

$$(4 + 1) \cdot (2 + 1) \cdot (1 + 1) = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$$

Portanto, o número 720 tem trinta divisores. A listagem desses divisores é:

$$D(720) = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9; 10; 12; 15; 16; 18; 20; 24; 30; 36; 40; 45; 48; 60; 72; 80; 90; 120; 144; 180; 240; 360; 720\}$$

Situação-problema com divisores

Em uma fundição, são criadas longas barras de metal, com 280 cm de comprimento. Um serralheiro precisa usar uma dessas barras de ferro para construir um portão. Para isso, deve cortar a barra em pedaços iguais, com mais de 25 cm e menos de 60 cm. Quais são as possibilidades de comprimento para esses pedaços e quantos podem ser obtidos em cada situação?

Como a barra tem 280 cm, é necessário determinar os divisores desse número para que se identifiquem as possibilidades de corte. A decomposição desse número é:

$$\begin{array}{r|l} 280 & 2 \\ 140 & 2 \\ 70 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

De todas as combinações possíveis entre os fatores de 280, identificam-se todos os seus divisores, que são $D(280) = \{1; 2; 4; 5; 7; 8; 10; 14; 20; 28; 35; 40; 56; 70; 140; 280\}$. Como o intervalo para o comprimento das barras foi limitado entre 25 cm e 60 cm, dos divisores listados, podem ser uma opção para o comprimento dos pedaços, 28 cm, 35 cm, 40 cm ou 56 cm.

Ao optar por cortar a barra em pedaços de 28 cm, obtêm-se dez barras ($\frac{280}{28} = 10$). Se forem pedaços de 35 cm, serão oito barras ($\frac{280}{35} = 8$). Com pedaços de 40 cm, sete barras ($\frac{280}{40} = 7$). Por fim, se a opção for por pedaços de 56 cm, serão obtidas cinco barras ($\frac{280}{56} = 5$).



Anastasija Vujic/Shutterstock.com/ID/BR

Com o disco próprio para metais, a esmerilhadeira é uma ferramenta bastante versátil para esse tipo de corte.

DIMENSÃO TECNO

ALGORITMOS PARA MÚLTIPLOS E DIVISORES

Muito do que se faz no dia a dia é composto de etapas bem definidas. Basta pensar no processo de acordar e se preparar para o dia, por exemplo: acordar / tomar banho / escovar os dentes / tomar café da manhã / escovar os dentes / colocar o uniforme / verificar se o material está arrumado / sair.

Se analisarmos bem, algumas dessas etapas também poderiam ser “abertas” com novos detalhamentos. Quando se estruturam etapas de um processo, desenvolve-se um **algoritmo**. Em matemática já foram estudados diferentes algoritmos, como o da multiplicação, o da divisão, para operações entre frações, entre muitos outros.

Apesar de ter aplicações em basicamente todas as tarefas e, portanto, em todas as áreas de estudo e de trabalho, os algoritmos são extremamente importantes para a computação, pois a maioria das máquinas e dos sistemas computacionais não funciona de maneira autônoma, ou seja, precisa executar algoritmos criados por programadores.

Segundo o matemático húngaro George Pólya (1887-1985), na elaboração de um algoritmo (sequência ordenada de tarefas ou passo a passo) claro para a resolução de uma situação-problema de matemática, são necessárias as seguintes etapas: compreender o problema; elaborar um plano; executar o plano e retomar os processos verificando possíveis falhas.

Para ir além, a elaboração de um bom algoritmo deve começar com um objetivo claro e consistente (o que se quer com esse algoritmo). Então, observa-se a ordenação das etapas (por exemplo, em um algoritmo para trocar as pilhas de um controle, não adianta tentar tirar as pilhas antigas sem, antes, abrir o compartimento onde elas ficam ou a embalagem das novas). Na sequência, detalha-se, o quanto for possível, cada uma das etapas do processo, evidenciando, inclusive, início e fim.

Quando um algoritmo está pronto, pode-se verificar se ele é eficaz ou eficiente. Um processo é eficaz quando é possível usá-lo para atingir o objetivo para o qual foi elaborado (não precisa ser o melhor processo, desde que funcione). Já a eficiência é uma característica da qualidade do processo; por exemplo, se ele é mais rápido ou se envolve menos esforço. Um algoritmo pode ser escrito ou representado de diversas maneiras: pode-se usar um texto corrido, uma lista de etapas, uma linguagem específica (de programação, por exemplo) ou de maneira visual, com o uso de **fluxogramas**. Os fluxogramas apresentam etapas interligadas e permitem que se enxerguem todos os processos (e o modo como estão relacionados entre si) mais facilmente. A tabela a seguir apresenta os principais símbolos empregados em um fluxograma:

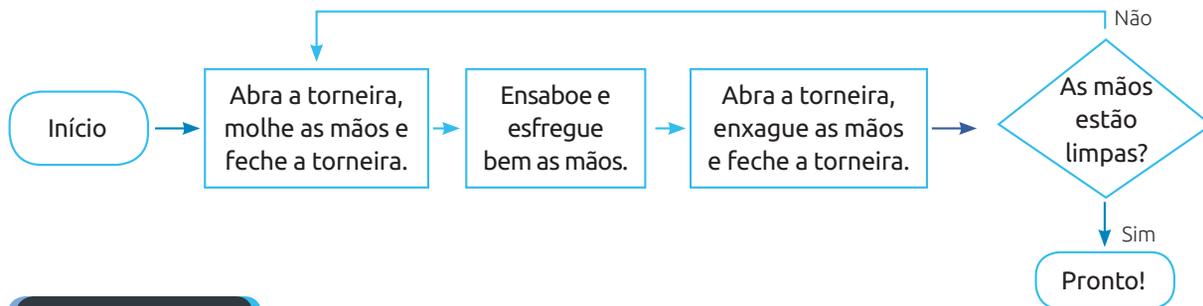


Jlco Julia Amaral/Shutterstock.com/ID/BR

SÍMBOLO	NOME	DESCRIÇÃO
	Terminal	Usado para indicar o início e o fim do processo.
	Linha de fluxo	Usado para representar o sentido do fluxo das etapas.
	Decisão	Usado para obter respostas binárias (como sim ou não ou como verdadeiro ou falso) antes de prosseguir.
	Ação	Usado para definir as ações que devem ser executadas.



Observe como pode ser composto um fluxograma para o processo de lavar as mãos.



ATIVIDADES

1. Observe o fluxograma apresentado e responda aos itens a seguir.

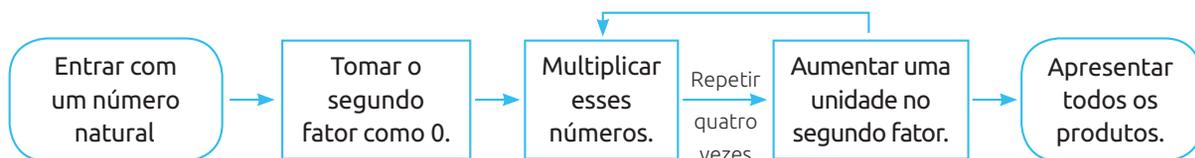
a) Quantas ações foram realizadas?

b) Quantos foram os pontos de decisão?

c) O que ocorre se as mãos estiverem sujas, ao final do processo?

d) Você concorda com esse algoritmo? O que faria de diferente?

2. A seguir, tem-se um algoritmo matemático representado em um fluxograma.



De acordo com esse algoritmo, faça o que se pede em seu caderno.

a) Teste esse algoritmo para, pelo menos, duas diferentes entradas (diferentes valores para a primeira etapa) e apresente os resultados.

b) Para que serve esse algoritmo?

3. Elabore um algoritmo, em texto corrido, para a determinação dos divisores de um número natural. Em seguida, represente esse algoritmo usando um fluxograma.



A **SM** apresenta uma solução educacional completa que une recursos pedagógicos a ampla cesta de serviços, compondo um entorno cooperativo orientado para a sustentabilidade no âmbito da agenda dos **Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS)**.

- O estudante é incentivado a exercer o protagonismo e a desenvolver cidadania crítica e criativa, com base na ética do cuidado.
- O professor acessa grande variedade de propostas que asseguram flexibilidade à condução dos processos de ensino e aprendizagem.
- Estratégias pedagógicas assertivas e coerentes, que incluem oferta digital completamente alinhada com o desenvolvimento de conteúdos significativos, favorecem a aquisição de competências e habilidades.

TECNOLOGIA EDUCACIONAL como ferramenta de aprendizagem e gestão

Todo o conteúdo, potencializado por recursos variados, pode ser acessado na plataforma **SM Aprendizagem**, a qualquer tempo e em qualquer lugar, usando um dispositivo pessoal.

- Recursos digitais de diferentes tipos (galerias de imagens, áudios, vídeos, animações, infográficos) ilustram o conteúdo de forma dinâmica, favorecendo a compreensão e o aprofundamento dos conceitos.
- Diferentes propostas de atividades interativas ampliam as oportunidades de reforço da aprendizagem e funcionam como trilhas avaliativas.
- Canais de comunicação possibilitam o contato permanente entre professores e estudantes, facilitando o envio de atividades personalizadas.
- O portfólio digital permite o acompanhamento da evolução do aprendizado de cada estudante, com autoavaliação dos objetivos pretendidos.



login.smapprendizagem.com

2 2 2 7 1 2

ISBN 978-85-418-3345-5



9

788541

833455

